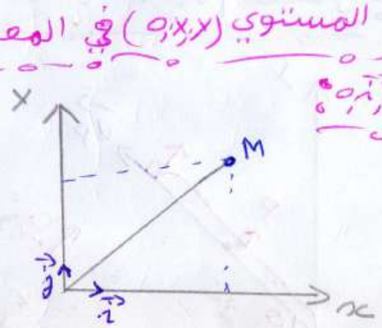
الإحداثيات الكارتيزية

- أشعة الوحدة $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
- المعلم المستوي $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- المعلم الفضائي $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

* شعاع الموضع $\vec{OM}$:

في المستوي (O,x,y) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$



$$\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$

طويلته $\|\vec{OM}\|$:

$$\|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \ (m)$$

شعاع السرعة $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j}$$

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} \qquad \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \end{cases}$$

طويلته $\|\vec{v}\|$:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \ (m/s)$$

شعاع التسارع $\vec{\gamma}$ أو $\vec{a}$:

$$\vec{\gamma} = \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{\gamma} = \vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \cdot \vec{j}$$

أو

$$\vec{\gamma} = \vec{a} = \gamma_x \cdot \vec{i} + \gamma_y \cdot \vec{j}$$

$$\gamma_x = \frac{dv_x}{dt} \ ; \ \gamma_y = \frac{dv_y}{dt}$$

طويلته $\|\vec{\gamma}\|$:

$$\|\vec{\gamma}\| = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2} \ (m/s^2)$$

II/ في المعلم الفضائي $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

شعاع الموضع $\vec{OM}$:

$$\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

طويلته $\|\vec{OM}\|$:

$$\|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \ (m)$$

شعاع السرعة $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} \quad \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{cases}$$

طويلته $\|\vec{v}\|$:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (m/s)$$

شعاع التسارع $\vec{\gamma}$ أو $\vec{a}$:

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{\gamma} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{\gamma} = \gamma_x\vec{i} + \gamma_y\vec{j} + \gamma_z\vec{k}$$

$$\gamma_x = \frac{dv_x}{dt} \qquad \gamma_y = \frac{dv_y}{dt} \qquad \gamma_z = \frac{dv_z}{dt}$$

طويلته $\|\vec{\gamma}\|$:

$$\|\vec{\gamma}\| = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2} \quad (m/s^2)$$

المعلم القطبي :

أشعة الوحدة $\vec{u}_\rho$; $\vec{u}_\theta$:

$$\vec{u}_\rho = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$$

$$\vec{u}_\theta = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}$$

$$\vec{u}_\rho \perp \vec{u}_\theta$$

أي

$$\alpha(u_\rho ; u_\theta) = \frac{\pi}{2}$$

معناه أن

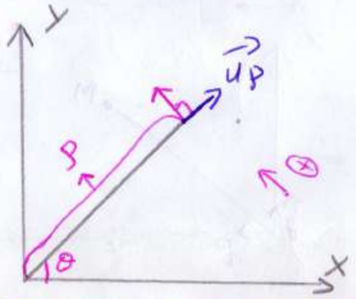
$$\vec{u}_\rho \cdot \vec{u}_\theta = \vec{0}$$

مشتقات أشعة الوحدة $\vec{u}_\rho$ و $\vec{u}_\theta$:

$$\dot{\vec{u}}_\rho = \dot{\theta}\cdot\vec{u}_\theta$$

$$\dot{\vec{u}}_\theta = -\dot{\theta}\cdot\vec{u}_\rho$$

تمثيل المعلم القطبي :



$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta = \rho\cos(w_0 t) \\ y = \rho\sin\theta = \rho\sin(w_0 t) \end{cases}$$

θ : الفاصلة الزاوية

ω أو $\dot\theta$: السرعة الزاوية

$\dot\omega$ أو $\ddot\theta$: التسارع الزاوي

$$\theta = \omega \cdot t$$

$$\dot\theta = \omega = C^{te}$$

$$\ddot\theta = 0$$

شعاع الموضع في المعلم القطبي $\vec{OM}$:

$$\vec{OM} = \rho \cdot \vec{u}_\rho$$

طويلته $\|\vec{OM}\|$:

$$\|\vec{OM}\| = \rho \ (m)$$

شعاع السرعة في المعلم القطبي $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

$$\vec{v} = \dot\rho \vec{u}_\rho + \rho \dot{\vec{u}}_\rho$$

$$\dot{\vec{u}}_\rho = \dot\theta \vec{u}_\theta$$

$$\vec{v} = \dot\rho \vec{u}_\rho + \rho\dot\theta \vec{u}_\theta$$

شعاع التسارع $\vec{\gamma}$:

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{\gamma} = \ddot\rho \cdot \vec{u}_\rho + \dot\rho \dot{\vec{u}}_\rho + \dot\rho\dot\theta \vec{u}_\theta + \rho\ddot\theta \vec{u}_\theta + \rho\dot\theta \dot{\vec{u}}_\theta$$

$$\begin{cases} \dot{\vec{u}}_\rho = \dot\theta \cdot \vec{u}_\theta \\ \dot{\vec{u}}_\theta = -\dot\theta \vec{u}_\rho \end{cases}$$

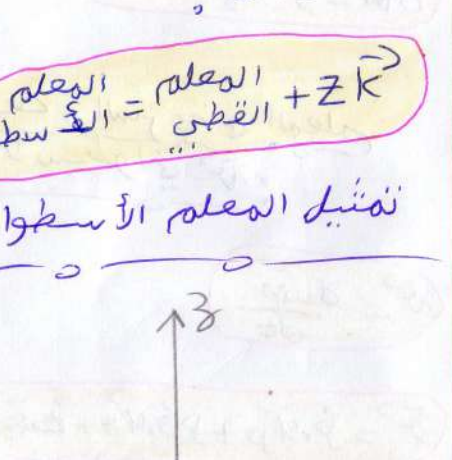
$$\vec{\gamma} = (\ddot\rho - \rho\dot\theta^2)\vec{u}_\rho + (\rho\ddot\theta + 2\dot\rho\dot\theta)\vec{u}_\theta$$

المعلم الأسطواني

أشعة الوحدة $(\vec{u}_\rho ; \vec{u}_\theta ; \vec{k})$ معناه :

المعلم الأسطواني = المعلم القطبي $+ Z\vec{k}$

تمثيل المعلم الأسطواني



شعاع الموضع في المعلم الأسطواني $\vec{OM}$:

$$\vec{OM} = \rho \vec{u}_\rho + z\vec{k}$$

شعاع السرعة في المعلم الأسطواني $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

$$\vec{v} = \dot{\rho}\,\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta + \dot{z}\,\vec{k}$$

شعاع التسارع في المعلم الأسطواني $\vec{\gamma}$:

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{\gamma} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{u}_\theta + \ddot{z}\,\vec{k}$$

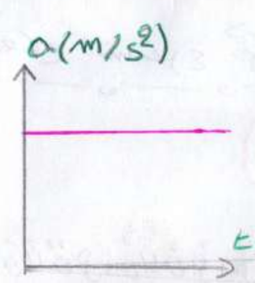
الحركة والمعادلات الزمنية

الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام:

التسارع γ :

$$\gamma = C^{te} = \text{ثابت}$$

تمثيله:



المعادلة الزمنية للسرعة $v(t)$

بمكاملة التسارع نتحصل على السرعة $v(t)$:

$$v(t) = \gamma t + v_0$$

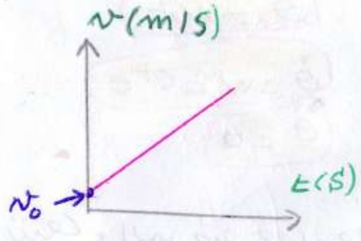
وإذا كان $v_0 = 0\,m/s$ تصبح

$$v(t) = \gamma t$$

تمثيلها:

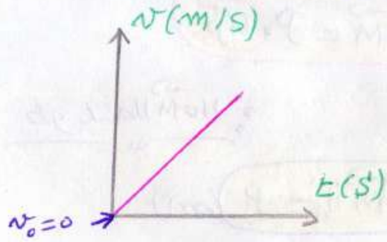
حالة 1:

$$v(t) = \gamma t + v_0$$



حالة 2:

$$v(t) = \gamma t$$



المعادلة الزمنية للحركة أو الفاصلة $x(t)$:

نقوم بمكاملة معادلة السرعة $v(t)$ فنحصل على الفاصلة $x(t)$

$$x(t)=\frac{1}{2}\gamma t^2+v_0 t+x_0 \quad (m)$$

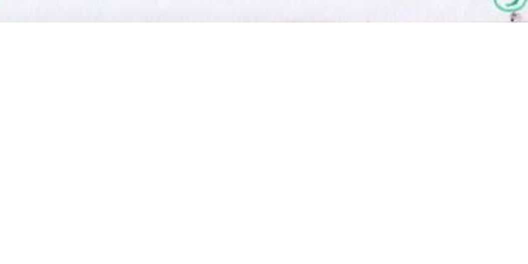
وإذا كان $x_0=0$ تصبح كالتالي

$$x(t)=\frac{1}{2}\gamma t^2+v_0 t \quad (m)$$

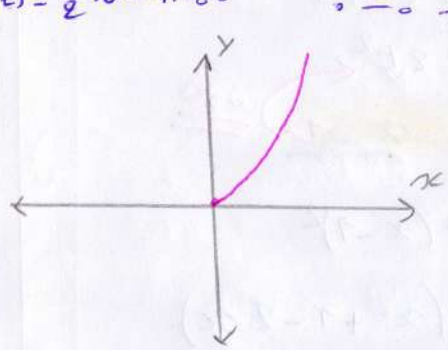
و إذا كان $x_0=0$ و $v_0=0$ نجدها كالتالي :

$$x(t)=\frac{1}{2}\gamma t^2 \quad (m)$$

منحنى الحالة 1 : $x(t)=\frac{1}{2}\gamma t^2+v_0 t+x_0$



حالة 2 : $x(t)=\frac{1}{2}\gamma t^2+v_0 t$



* لا نقوم برسم الجزء السالب لأن الحركة لا تكون سالبة.

استنتاج :

اشتقاق

$x(t) \rightarrow v(t) \rightarrow \gamma(t)$

$\gamma(t) \rightarrow v(t) \rightarrow x(t)$

تكامل

المعادلة المستقلة عن الزمن أو محذوفة الزمن

لدينا :

$$v(t)=\gamma t+v_0$$

$$t=\frac{v(t)-v_0}{\gamma}$$

نقوم بتعويض الزمن t في المعادلة $x(t)$ للحالة 1 :

$$x(t)=\frac{1}{2}\gamma t^2+v_0 t+x_0$$

فنحصل على محذوفة الزمن

$$v^2(t)-v_0^2=2\gamma\left(x(t)-x_0\right)$$

تُحفظ

الحركة المستقيمة المنتظمة

التسارع $\gamma_{(t)}$:

$$\boxed{\gamma_{(t)} = 0\ m/s^2}$$

السرعة $v_{(t)}$

$$\boxed{v_{(t)} = cte = \text{ثابت}}\ (m/s)$$

الحركة أو الفاصلة $x_{(t)}$:

$$\boxed{x(t) = v \cdot t}\ (m)$$

كيفية كتابة معادلة المسار $y = f(x)$:

حالة 1 :

إحداثيات غير جيبية

$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t^2 \end{cases}$$

تعوض

$$\boxed{t = x - 1}$$

$$y = 2(x-1)^2$$

$$y = 2(x^2 + 1 - 2x)$$

$$\boxed{y = 2x^2 + 4x - 1}$$

حالة 2 :

إحداثيات جيبية :

$$\begin{cases} x = 3\cos\theta \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$$

$$y^2 + x^2 = r^2$$

$$(3\cos\theta)^2 + (3\sin\theta)^2 = r^2$$

$$9\underbrace{(\cos^2\theta + \sin^2\theta)}_{=1} = r^2$$

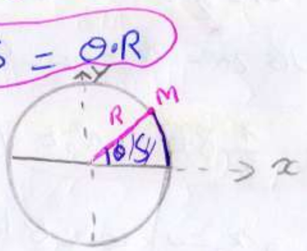
$$\boxed{r^2 = 9}\ ;\ \boxed{r = 3}$$

المسار دائري نصف قطره

$$\boxed{r = 3}$$

العلاقة بين الفاصلة المنحنية S و الفاصلة الزاوية θ :

$$\boxed{S = \theta \cdot R}$$



*عندما تكون θ صغيرة جدا

$$\sin\theta = \theta$$

$$S = R \cdot \sin\theta = R \cdot \theta$$

أو

*عندما تكون θ صغيرة يتحول القوس إلى خط مستقيم و يتحول $\sin\theta$ إلى θ

العلاقة بين السرعة الزاوية $\dot\theta$ و السرعة الخطية :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot R \Rightarrow \begin{cases} \frac{dS}{dt} = v \\ \frac{d\theta}{dt} = \dot\theta = w \end{cases} \Rightarrow \boxed{v = R\dot\theta = Rw}$$

قوانين التحريك

التسارع :

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = R\ddot{\theta} = R\dot{w}$$

التسارع المماسي γ_T :

$$\gamma_T = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt}$$

(m/s) ، (s) ، (m/s^2)

التسارع الناظمي γ_N :

$$\gamma_N = \frac{v^2}{R} = \frac{R^{\cancel{2}}\dot{\theta}^2}{\cancel{R}} = R\dot{\theta}^2$$

$$\gamma_N = R\cdot w^2$$

التسارع الكلي أو التسارع $\vec{\gamma}$:

شعاعه $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_T + \vec{\gamma}_N$

طويلته $\|\vec{\gamma}\| = \sqrt{\gamma_T^2 + \gamma_N^2}$

الاحتكاك صلب-صلب

$$f = f_g \cdot N$$

عبارة رد الفعل على مستوي مائل :

$$N = mg\cos\alpha$$

إذا يكون :

$$f = f_g \cdot mg\cos\alpha$$

مستوي مائل

الاحتكاك مع الموائع :

حالة سرعات صغيرة

$$f = K\cdot v$$

حالة سرعات كبيرة :

$$f = K\cdot v^2$$

قوانين نيوتن :

3/ إذا أثرت جملة A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجملة B تؤثر على الجملة A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ حيث :

$$\begin{cases} \vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} \\ \|\vec{F}_{A/B}\| = \|\vec{F}_{B/A}\| \end{cases}$$

مبدأ الفعلين المتبادلين (الثالث)

2/ في مرجع غاليلي المجموع الشعاعي للقوى الخارجية يساوي جداء الكتلة وتسارع مركز العطالة .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$$

المبدأ الأساسي للتحريك (الثاني)

1/ يحافظ الجسم على سكونه ما لم تؤثر فيه قوة وإذا أثرت عليه قوة فإنه يبقى ساكنا أو يواصل حركته بحركة مستقيمة منتظمة .

مبدأ العطالة (الأول)

العمل والطاقة

برهان نظرية الطاقة الحركية

$$\boxed{W = \int F \, dl}$$

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}$$

$$W_{A \to B} = \int_A^B m \frac{dv}{dt} \cdot dl$$

$$W_{A \to B} = m \int_A^B dv \cdot \frac{dl}{dt}$$

$$v = \frac{dl}{dt}$$

$$W_{A \to B} = m \int_A^B v \, dv$$

$$W_{A \to B} = \frac{1}{2} m \left[v^2 \right]_A^B$$

$$W_{A \to B} = \underbrace{\frac{1}{2} m v_B^2}_{E_{c_B}} - \underbrace{\frac{1}{2} m v_A^2}_{E_{c_A}}$$

$$W_{A \to B} = E_{c_B} - E_{c_A}$$

$$\boxed{W_{A \to B} = \Delta E_c}$$

عمل قوة $\vec{F}$:

$$\boxed{W_{A \to B} = \int_A^B F \cdot dl}$$

علاقة W و E_c

$$\boxed{W_{A \to B} = \Delta E_c}$$

علاقة W و E_p :

$$\boxed{W_{A \to B} = -\Delta E_p = (E_{p_A} - E_{p_B})}$$

علاقة $\vec{F}$ و E_p :

$$\boxed{\vec{F} = -\operatorname{grad} E_p}$$

$$\boxed{\vec{F} = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} \right)}$$

قوانين أخرى :

كمية الحركة P :

$$\boxed{P = mv}$$

الطاقة الميكانيكية E_M

$$\boxed{E_M = E_c + E_p}$$

* إذا كانت القوى محافظة

$$\boxed{\Delta E_m = 0}$$

* غير محافظة

$$\boxed{\Delta E_M = \Sigma F(\text{الغير محافظة})}$$

* القوى الغير محافظة تتعلق بالمسلك
* القوى المحافظة عملها لا يتعلق بالمسلك

قانون تركيب السرعات :

$$\boxed{V_a = V_r + V_e}$$

قانون تركيب التسارعات :

$$\boxed{\gamma_a = \gamma_r + \gamma_e + \gamma_c}$$

حركة جسم صلب على مستوى مائل أملس في وجود سرعة إبتدائية v_0 :

الرسم ← نفس الرسم السابق

الإسقاطات :

على ox :

$$\boxed{P_x = P\cdot\sin\alpha = mg\cdot\sin\alpha}$$

$$\boxed{N = 0}$$

على oy :

$$\boxed{P_y = -P\cos\alpha = -mg\cos\alpha}$$

$$\boxed{N = N}$$

عبارة التسارع γ :

دائما بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$ نجد :

$$\boxed{\gamma = \gamma_x = g\cdot\sin\alpha = cte}$$

طبيعة الحركة :

مستقيمة متغيرة بانتظام لأن $\gamma = cte$

عبارة رد الفعل الناظمي N :

$$\boxed{N = m\cdot g\cdot\cos\alpha} \ (N)$$

عبارة السرعة $v(t)$:

$$v(t) = g\sin\alpha\cdot t + v_0$$

$$v_0 = v_A$$

$$\boxed{v(t) = g\sin\alpha\, t + v_A} \ (m/s)$$

عبارة $x(t)$:

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2}\, g\cdot\sin\alpha\cdot t^2 + v_A\cdot t} \ (m)$$

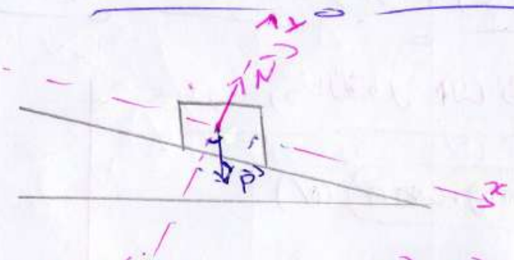
عبارة v_B :

$$v_B^2 - v_A^2 = 2\gamma\cdot AB$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2g\sin\alpha\cdot AB + v_A^2}}$$

حركة جسم صلب على مستوي مائل بدون سرعة إبتدائية و حيث المستوى أملس

الرسم :



مركبات الإسقاط للقوى $\vec{P}$ و $\vec{N}$:

على ox :

$$\boxed{P_x = p\cdot\sin\alpha = m\cdot g\cdot\sin\alpha}$$

$$\boxed{N = 0}$$

على oy :

$$\boxed{P_y = -P\cos\alpha = -mg\cos\alpha}$$

$$\boxed{N = N}$$

عبارة التسارع :

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$

نجد

$$\boxed{\gamma = \gamma_x = g\sin\alpha = c^{te}}\ (m/s^2)$$

طبيعة الحركة :

$\gamma = c^{te}$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام

عبارة رد الفعل الناظمي N :

$$\boxed{N = mg\cos\alpha\ (N)}$$

عبارة السرعة $v(t)$:

$$v(t) = \gamma\cdot t + v_0$$

$$v_0 = 0$$

$$\boxed{v(t) = g\cdot\sin\alpha\cdot t}\ (m/s)$$

عبارة $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t + x_0$$

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2}\cdot g\cdot\sin\alpha\cdot t^2}\ (m)$$

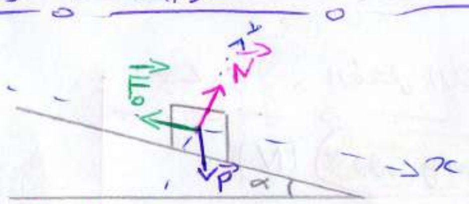
عبارة السرعة v_B :

$$v_B^2 - v_A^2 = 2\gamma AB$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2g\cdot\sin\alpha\cdot AB}}\ (m/s)$$

حركة جسم صلب على مستوي مائل ذو قوة احتكاك ثابتة F_0 بدون سرعة ابتدائية:

الرسم:



مركبات الإسقاط للقوى:

على ox:

$$\begin{cases} P_x = p\sin\alpha = mg\sin\alpha \\ N_x = 0 \\ F_{0x} = -F_0 \end{cases}$$

على oy:

$$P_y = -p\cos\alpha = -mg\cos\alpha$$

$$N_y = N$$

$$F_{0y} = 0$$

عبارة التسارع γ:

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$ نجد:

$$\gamma = \gamma_x = g\cdot\sin\alpha - \frac{F_0}{m} = c^{te}\ (m/s^2)$$

طبيعة الحركة: مستقيمة متغيرة بانتظام لأن $\gamma = c^{te}$

عبارة رد الفعل الناظمي N:

$$N = mg\cos\alpha\ (N)$$

عبارة السرعة $v(t)$:

$$v(t) = \gamma\cdot t + v_0 \qquad v_0 = 0$$

$$v(t) = \left(g\sin\alpha - \frac{F_0}{m}\right)\cdot t\ (m/s)$$

عبارة الفاصلة $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0\cdot t + x_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2}\left(g\sin\alpha - \frac{F_0}{m}\right)t^2\ (m) \qquad \begin{cases} v_0 = 0 \\ x_0 = 0 \end{cases}$$

عبارة v_B:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2\gamma\cdot AB \qquad v_0 = v_A = 0\,m/s$$

$$v_B = \sqrt{2\left(g\cdot\sin\alpha - \frac{F_0}{m}\right)\cdot AB}\ (m/s)$$

حركة جسم صلب على مستوي مائل بقوة احتكاك ثابتة F_0 وفي وجود سرعة ابتدائية

الرسم ← نفس الرسم السابق

الإسقاطات

على ox:

$$\begin{cases} P_x = P\sin\alpha = mg\sin\alpha \\ N_x = 0 \\ F_x = -F_0 \end{cases}$$

على oy:

$$\begin{cases} P_y = -P\cos\alpha = -mg\cos\alpha \\ N_y = N \\ F_y = 0 \end{cases}$$

عبارة التسارع:

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$ نجد:

$$\gamma = \gamma_x = g\sin\alpha - \frac{F_0}{m} = C^{te} \ (m/s^2)$$

طبيعة الحركة:

$\gamma = C^{te}$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام

عبارة رد الفعل الناظمي N:

$$N = mg\cos\alpha \ (N)$$

عبارة السرعة $v(t)$:

$$v(t) = \gamma t + v_0 \qquad v_0 = v_A$$

$$v(t) = \left(g\sin\alpha - \frac{F_0}{m}\right)\cdot t + v_A \ (m/s)$$

عبارة الفاصلة $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 \cdot t + x_0 \qquad x_0 = 0$$

$$x(t) = \frac{1}{2}\left(g\sin\alpha - \frac{F_0}{m}\right) + v_A \cdot t \ (m)$$

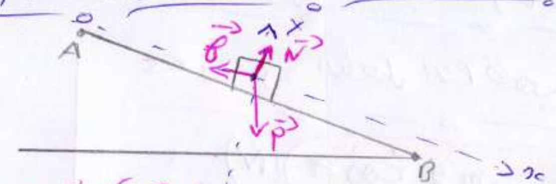
عبارة السرعة v_B

$$v_B^2 - v_A^2 = 2\gamma \cdot AB$$

$$v_B = \sqrt{2\left(g\sin\alpha - \frac{F_0}{m}\right)t + v_A^2} \ (m/s)$$

حركة جسم صلب على مستوي مائل بقوة احتكاك غير ثابتة وبدون سرعة ابتدائية

الرسم:



الإسقاطات:

على ox:

$$\begin{cases} P_x = P\sin\alpha = mg\sin\alpha \\ N_x = 0 \\ f_x = -f = -f_k \cdot N = -f_k\, mg\cos\alpha \end{cases}$$

على oy:

$$\begin{cases} P_y = -P\cos\alpha = -mg\cos\alpha \\ N_y = N \\ f_y = 0 \end{cases}$$

عبارة التسارع:

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$ نجد:

$$\gamma = \gamma_x = g\sin\alpha - f_k \cdot g\cos\alpha \ (m/s^2)$$

طبيعة الحركة:

$\gamma = c^{te}$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام

عبارة رد الفعل الناظمي N:

$$N = mg\cos\alpha$$

عبارة السرعة $v(t)$:

$$v(t) = \gamma t + v_0$$

$$v_0 = 0$$

$$v(t) = (g\sin\alpha - f_k \cdot g\cos\alpha)\cdot t \ (m/s)$$

عبارة $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t + x_0$$

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ x_0 = 0 \end{cases}$$

$$x(t) = \frac{1}{2}(g\sin\alpha - f_k \cdot g\cos\alpha)\,t^2 \ (m)$$

عبارة v_B:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2\cdot\gamma\cdot AB$$

$$v_B = \sqrt{(g\sin\alpha - f_k \cdot g\cdot\cos\alpha)\cdot 2\cdot AB} \ (m/s)$$

حركة جسم صلب على مستوي مائل بقوة احتكاك غير ثابتة في وجود سرعة ابتدائية
صعود

الرسم ← نفس الرسم السابق

الإسقاطات:

على ox:

$$\begin{cases} \boxed{P_x = P\sin\alpha = mg\sin\alpha} \\ \boxed{N_x = 0} \\ \boxed{f_x = -f = -f_k \cdot N = -f_k \cdot mg\cos\alpha} \end{cases}$$

على oy:

$$\begin{cases} \boxed{P_y = -P\cos\alpha = -mg\cos\alpha} \\ \boxed{N_y = N} \\ \boxed{f_y = 0} \end{cases}$$

عبارة التسارع γ:

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$

$$\boxed{\gamma = \gamma_x = g\sin\alpha - f_k \cdot g \cdot \cos\alpha} \ (m/s^2)$$

طبيعة الحركة:

$\gamma = c^{te}$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام

عبارة رد الفعل الناظمي

$$\boxed{N = mg\cos\alpha} \ (N)$$

عبارة السرعة $v(t)$:

$$v(t) = \gamma t + v_0 \qquad v_0 = v_A$$

$$\boxed{v(t) = (g\sin\alpha - f_k \cdot g \cdot \cos\alpha)t + v_A} \ (m/s)$$

عبارة الفاصلة $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t + x_0 \qquad \begin{cases} v_0 = v_A \\ x_0 = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2}(g\sin\alpha - f_k \cdot g \cdot \cos\alpha)t^2 + v_A t} \ (m)$$

عبارة v_B:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2\gamma \cdot AB$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2(g\sin\alpha - f_k \cdot g \cdot \cos\alpha) \cdot AB + v_A^2}} \ (m/s)$$

التمرين 2 : مستوي كروي بالاحداثيات الذاتية.

$(\vec{u}_T ; \vec{u}_N)$

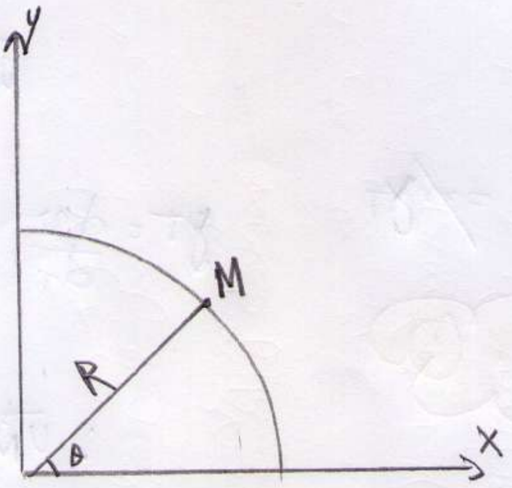
جسم M فوق سطح كروي ينزلق بدون سرعة ابتدائية $v_0 = 0m/s$ وبدون احتكاك من النقطة M_0 الى النقطة M'

1/ باستخدام المعلم الذاتي $(u_T ; u_N)$ اكتب المعادلتين التفاضليتين للحركة مع تمثيل القوى.

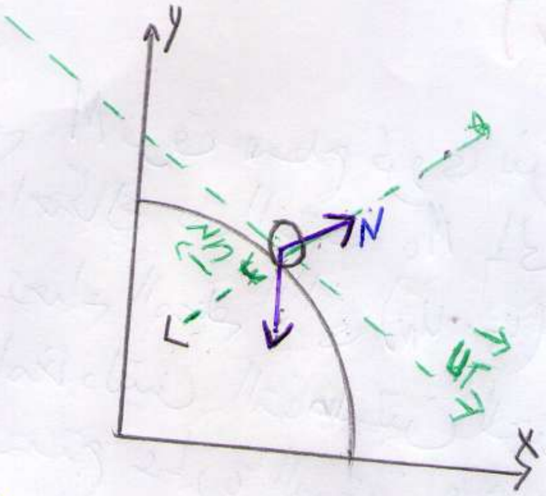
2) استنتج عبارة السرعة $v(\theta)$ على المستوى الكروي.

3) استنتج عبارة رد الفعل N

4) حدود الزاوية التي ينفصل بها الجسم عن السطح الكروي.



الحل :



$$\begin{cases} P_N = p\cos\theta \\ P_T = p\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} N_N = -N \\ N_T = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow p = mg$$

① المعادلتين التفاضليتين للحركة :

بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك نجد :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$$

على $\vec{u}_T$

$$\cancel{m}g\sin\theta + 0 = \cancel{m}\gamma_T \qquad \gamma_T = \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g\sin\theta \quad \dots\dots (1)$$

على $\vec{u}_N$:

$$mg\cos\theta - N = m\gamma_N \qquad \gamma_N = \frac{v^2}{R}$$

$$mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{R} \quad \dots (2)$$

ج) عبارة السرعة $v(\theta)$:

لا يمكننا استخدام المعادلة ② لأن N مجهول لذا نستخدم المعادلة ①

$$\frac{dv}{dt} = g\sin\theta$$

لا يمكننا التكامل لأنه لدينا متغيران θ و t نضرب الطرفين في $\frac{d\theta}{d\theta}$

$$\frac{d\theta}{d\theta}\cdot\frac{dv}{dt} = g\sin\theta \cdot \cancel{\frac{d\theta}{d\theta}}^{\,1}$$

$$\frac{dv}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt} = g\sin\theta \qquad \frac{d\theta}{dt} = \dot\theta$$

$$\frac{dv}{d\theta}\cdot\frac{v}{R} = g\sin\theta \qquad \dot\theta = \frac{v}{R}$$

$$v\cdot dv = Rg\sin\theta \cdot d\theta$$

بالتكامل نجد :

$$\int_{v_0}^{v(\theta)} v\cdot dv = Rg\int_{\theta_0}^{\theta} \sin\theta \cdot d\theta$$

$$\left.\frac{v^2}{2}\right|_{v_0}^{v(\theta)} = Rg\left[-\cos\theta\right]_{\theta_0}^{\theta} \qquad \begin{cases}\theta_0 = 0\\ v_0 = 0\end{cases}$$

$$\frac{v(\theta)^2}{2} - \cancel{\frac{v_0^2}{2}}^{\,0} = Rg\left[-\cos\theta - (-\cancel{\cos\theta_0}^{\,1})\right]$$

$$\frac{v(\theta)^2}{2} = Rg(-\cos\theta + 1)$$

$$v_{(\theta)}^2 = 2Rg(1-\cos\theta)$$

$$\boxed{v_{(\theta)} = \sqrt{2Rg(1-\cos\theta)}}$$

3/ عبارة رد الفعل N :

$$mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{R}$$

$v = v_{(\theta)}$

$$mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{R}$$

$$N = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{R}$$

$$N = mg\cos\theta - m\frac{\left[2\cancel{R}g(1-\cos\theta)\right]}{\cancel{R}}$$

$$N = mg\cos\theta - 2mg + 2mg\cos\theta$$

$$N = mg(3\cos\theta - 2)$$

4) الزاوية التي يغادر بها الجسم السطح الكروي :

شرط مغادرة الجسم السطح هو

$$N = 0$$

$$mg(3\cos\theta - 2) = 0$$

$$3mg\cos\theta - 2mg = 0$$

$$3\cancel{mg}\cos\theta = 2\cancel{mg}$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$\theta = 48,189°$$

لاستخراج الزاوية
SHIFT + cos