ملخص الميكانيك :

*** مذكرة رياضية :**

- **الوحدات الأساسية :** Unités fondamentales

المقدار	الكتلة	الطول	الزمن	الشدة الكهربائية	كمية المادة	درجة الحرارة	الشدة الضوئية
رمز المقدار	M	L	T	I	N	θ	J
اسم الوحدة	كيلو-غرام	متر	ثانية	امبير	مول	كلفن	قنديلة
رمز الوحدة	kg	m	s	A	mol	K	Cd

- **الوحدات الثانوية :** Unités secondaires

إلى جانب الوحدات الأساسية توجد الوحدات الثانوية مثل : لتر (L)، الحريرة (cal) الدرجة المئوية (°C).

*** الأجزاء والمضاعفات :** multiples et sous multiples

* الأجزاء :

المعامل	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}	~~10~~
السابقة	déci	centi	milli	micro	nano	pico	femto	atto	
الرمز	d	c	m	μ	n	p	f	a	

* المضاعفات :

المعامل	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}	10^{18}
السابقة	déca	hecto	kilo	mega	giga	téra	péta	exa
الرمز	da	h	k	M	G	T	P	E

*** التحليل البعدي :** ونستعمله لمعرفة وحدة مقدار ما (الوصول إلى عبارة الوحدة في جملة SI)

- الأساسيات هي : الكتلة [M]، البعد [L]، الزمن [T]، التوتر [U] لشدة التيار [I].

المقدار (Grandeur):

السلمي (Scalaire)

- يعبر عنه بقيمة عددية في الوحدة المناسبة،
- العمليات التي تدير هذه المقادير هي نفسها التي تدير الأعداد الحقيقية.

مثال: الكتلة (m)، الشحنة (e)، ...

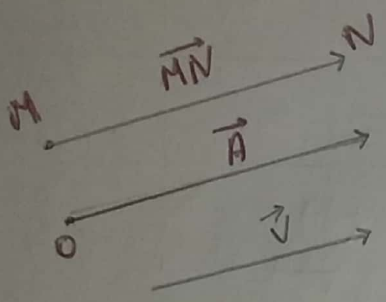
الشعاعي (Vectorielle)

- يستلزم تحديد:

(نقطة التأثير، المنحى، الطويلة، الاتجاه

مثال: الانتقال، القوة، الحقل الكهربائي

- التمثيل البياني للشعاع:



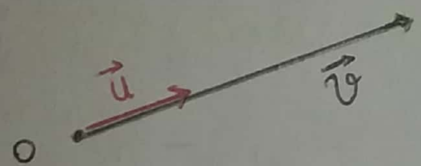
- $\vec{V}$ يرمز إلى الشعاع أي مقدار واتجاها
- الشعاعان $\vec{MN}$ و $\vec{A}$ متساويان لأن لهما نفس الطول والإتجاه.
- الشعاع $\vec{V}$ شعاع حر لأنه غير مرتبط بنقطة التأثير.

- شعاع الوحدة:

هو شعاع طويلته تساوي الواحدة (1)

- يمكن التعبير عن شعاع موازيا لشعاع الوحدة بـ:

$$\vec{v} = v.\vec{u} = \vec{u}.v$$



ومنه: $|\vec{u}| = \|\vec{u}\| = u = 1$

$$\vec{u} = \frac{\vec{v}}{v}$$

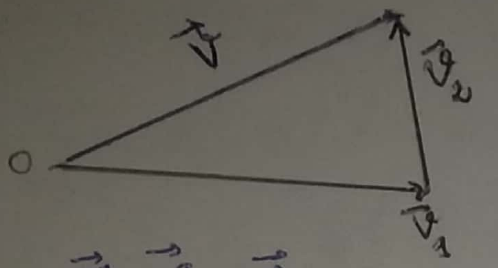
* عمليات على الأشعة:

- جمع شعاعين
  - هندسيا
  - تحليليا
- فرق شعاعين
  - هندسيا
  - تحليليا
- جداء الأشعة
  - الجداء السلمي
  - الجداء الشعاعي
  - الجداء المختلط

* جمع شعاعين:

- باستخدام الطريقة المباشرة وهي علاقة شال
- أو الطريقة (الاستخدام غير مباشر لعلاقة شال) وهي طريقة متوازي الأضلاع

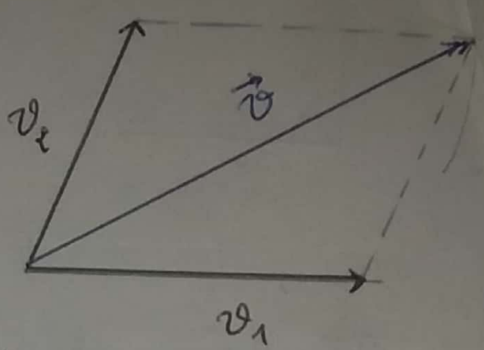
* هندسيا:



$$\vec{V} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

* باستخدام طريقة شال

$$\vec{V} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$



* باستخدام طريقة متوازي الأضلاع

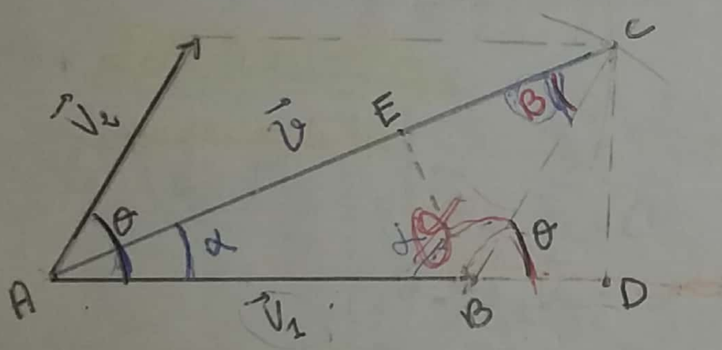
- نتحصل على شدة الشعاع $(\vec{V})$ بواسطة قانون جيوب التمام

Lois des cosinus

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos(\vec{v}_1;\vec{v}_2)}$$

- لتحديد اتجاه (حامل) $\vec{V}$ يكفي تحديد الزاوية α

نلاحظ أنه في المثلث ACD:



$$\left.\begin{aligned}\sin\alpha &= \frac{CD}{AC} = \frac{CD}{V}\\ \sin\theta &= \frac{CD}{BC} = \frac{CD}{V_2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V}{\sin\theta} = \frac{V_2}{\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow V.\sin\alpha = V_2\sin\theta$$

ونلاحظ في المثلث BEC:

$$\left.\begin{aligned}\sin\beta &= \frac{EB}{BC} = \frac{EB}{V_2}\\ \sin\alpha &= \frac{EB}{AB} = \frac{EB}{V_1}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V_2}{\sin\alpha} = \frac{V_1}{\sin\beta}$$

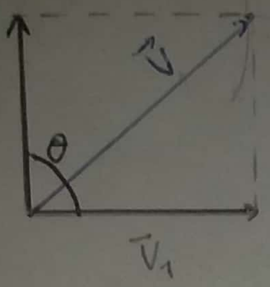
$$\Rightarrow V_2\sin\beta = V_1\sin\alpha$$

وعليه نستنتج قانون الجيوب

Loi des Sinus

$$\frac{V}{\sin\theta} = \frac{V_1}{\sin\beta} = \frac{V_2}{\sin\alpha}$$

$\left(\dfrac{\text{الضلع}}{\sin\ \text{الزاوية المقابلة له}}\right)$



* حالة خاصة :

إذا كان $\vec V_1 \perp \vec V_2$ أي : $\theta = \pi/2$

$$V=\sqrt{V_1^2+V_2^2}$$

لأن : $\cos(\vec V_1;\vec V_2)=\cos\frac{\pi}{2}=0$

* خواص :

جمع شعاعي هو تبديلي : $\vec A+\vec B=\vec B+\vec A$ وتوزيعي $(\vec A+\vec B)\cdot\vec C=\vec A\vec C+\vec B\vec C$

** تحليليا :

ليكن : $\vec V_1$ ، $\vec V_2$ ، $\vec V$ في المستوي المزود بالمعلم $(O\,\vec{e_x}\,\vec{e_y})$ و :

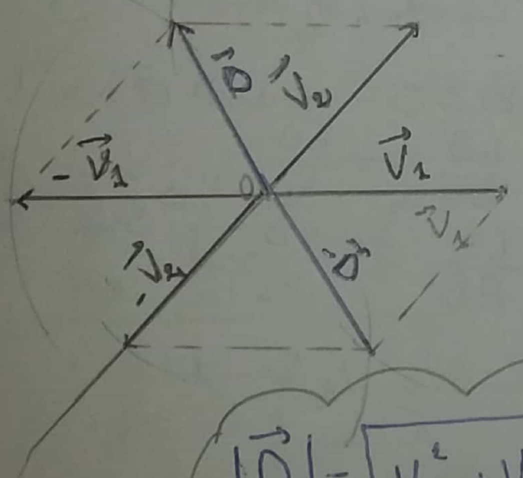
$\vec V_1 = V_{1x}\vec{e_x} + V_{1y}\vec{e_y}$, $\vec V_2 = V_{2x}\vec{e_x} + V_{2y}\vec{e_y}$

$$\vec V = \vec V_1 + \vec V_2 = (V_{1x}+V_{2x})\vec{e_x} + (V_{1y}+V_{2y})\vec{e_y} = V_x\vec{e_x} + V_y\vec{e_y}$$

الطويلة : $V=\sqrt{V_x^2+V_y^2}$ ؛ العمدة : $\tan\alpha = \frac{V_y}{V_x}$

* طرح شعاعين :

* هندسيا :



لدينا ،

$$\vec D = \vec V_2 - \vec V_1 = \vec V_2 + (-\vec V_1)$$

ومنه : $-\vec D = -\vec V_2 + \vec V_1$

* نلاحظ $-\vec D \neq \vec D$ ومنه الطرح ليس تبديلي

$$|\vec D| = \sqrt{V_1^2+V_2^2-2\cos(\vec V_1;\vec V_2)V_1V_2}$$ → الطويلة Module du vecteur

$$\vec D = (V_{2x}-V_{1x})\vec{e_x} + (V_{2y}-V_{1y})\vec{e_y}$$ → مركبات الشعاع composantes d'un vecteur

دم في يلة $W = V_1 V_2 \sin(\vec{V}_1 ; \vec{V}_2)$ تمثل مساحة متوازي الأضلاع

بالمصفوفة

- تحليليا :

ليكن : $\vec{v}_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$ ، $\vec{v}_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$ $\vec{W} = v_1 \wedge v_2$

$$\vec{W} = \begin{vmatrix} \overset{+}{e_x} & \overset{-}{e_y} & \overset{+}{e_z} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \vec{e}_x (y_1 z_2 - y_2 z_1) - \vec{e}_y (x_1 z_2 - x_2 z_1) + \vec{e}_z (x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

- خصائص الجداء الشعاعي :

- تبديلي مضاد : (Anticommutatif) : $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = -\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1$

- غير تجميعي : (Non associatif) : $\vec{V}_1 \wedge (\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_3) \neq (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \wedge \vec{V}_3$

- توزيعي (Distributif) : بالنسبة للجمع الشعاعي. $\vec{V}_1 \wedge (\vec{V}_2 + \vec{V}_3) = (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) + (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_3)$

الجداء المختلط :

- الجداء المختلط لـ 3 أشعة هو مقدار سلمي

$$\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_3) = \begin{vmatrix} \overset{+}{x_1} & \overset{-}{y_1} & \overset{+}{z_1} \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} =$$

$$= x_1 (y_2 z_3 - y_3 z_2) - y_1 (x_2 z_3 - x_3 z_2) + z_1 (x_2 y_3 - x_3 y_2)$$

- الجداء المختلط تبديلي مختلط.

$$\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_3) = \vec{V}_3 \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) = \vec{V}_2 \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_3)$$

$$\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1) = \vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) = \vec{V}_2 \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) = 0$$

- إذا تكرر شعاع في الجداء المختلط فإنه ينعدم أينما كان موقعه.

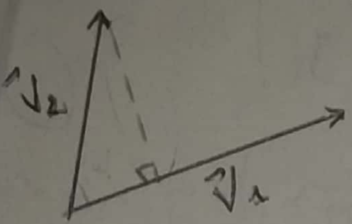
- تمثل القيمة المطلقة للجداء المختلط حجم متوازي السطوح

- جداء الأشعة؛

*** الجداء السلمي:** الجداء السلمي للشعاعين $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$ هو عدد حقيقي K.

- K طويلة أحدهما مضروب في مسقط شعاع الثاني على الأول.

$$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(\vec{V_1};\vec{V_2}) = K \in \mathbb{R}$$



$$\vec{V_1} \perp \vec{V_2} \Rightarrow \vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = 0$$

$$\vec{V_1} \parallel \vec{V_2} \Rightarrow \vec{V_1} = \alpha \vec{V_2}$$ ($\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$ مرتبطا خطيا)

- العبارة التحليلية: (L'expression analytique du produit scalaire)

$\vec{V_1}(V_{1x}; V_{1y}; V_{1z})$, $\vec{V_2}(V_{2x}; V_{2y}; V_{2z})$

$$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = (V_{1x}\cdot V_{2x}) + (V_{1y}\cdot V_{2y}) + (V_{1z}\cdot V_{2z})$$

- خصائص الجداء السلمي: (propriétés du produit scalaire)

$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = \vec{V_2}\cdot\vec{V_1}$ =(Commutatif) تبديلي

$\vec{V_1}\cdot(\vec{V_2}+\vec{V_3}) = (\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}) + (\vec{V_1}\cdot\vec{V_3})$ =(Distributif) توزيعي

$(\vec{V_1}\cdot\cancel{(\vec{V_2}\cdot\vec{V_3})})$ (لا وجود) =(Non associatif) غير تجميعي

*** الجداء الشعاعي:**

* نسمي الجداء الشعاعي لـ $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$ الشعاع $\vec{W}$ العمودي على المستوي المكون لهما:

$$\vec{W} = \vec{V_1} \times \vec{V_2} = \vec{V_1} \wedge \vec{V_2}$$

- $\vec{W}$ يكون عموديا على المستوي الذي يحوي $\vec{V_1}$ و $\vec{V_2}$.
- إتجاه $\vec{W}$ يحدد بطريقة اليد اليمنى (الإبهام يشير إلى $\vec{W}$) وتكون $(\vec{V_1}; \vec{V_2}; \vec{W})$ تشكل ثلاثية مباشرة.
- شدته تحسب بالقانون: $|\vec{W}| = W = V_1 \cdot V_2 \cdot \sin(\vec{V_1};\vec{V_2})$

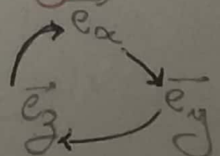
* Importante:

$$\vec{i}\wedge\vec{i} = \vec{j}\wedge\vec{j} = \vec{k}\wedge\vec{k} = \vec{0}$$

$$\vec{i}\wedge\vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{i}\wedge\vec{k} = \vec{j}, \quad \vec{j}\wedge\vec{k} = \vec{i}$$

$$|\vec{i}\wedge\vec{j}| = |\vec{i}\wedge\vec{k}| = |\vec{j}\wedge\vec{k}| = 1$$

" ثلاثية مباشرة "



جداء الشعاعي المكرر (المضاعف)

$$\vec{D} = \vec{A}\wedge(\vec{B}\wedge\vec{C})$$
$$= (\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B} - (\vec{A}\cdot\vec{B})\vec{C} \quad \text{مع} \quad \alpha = (\vec{A}\cdot\vec{C})$$
$$= \alpha\vec{B} + \beta\vec{C} \qquad \beta = -(\vec{A}\cdot\vec{B})$$

"الأنظمة الرئيسية للإحداثيات"

"principaux systemes de coordonnees"

- الإحداثيات الكارتيزية — coordonnées cartésiennes
- الإحداثيات القطبية — coordonnées polaires
- الإحداثيات الأسطوانية — coordonnées cylindriques
- الإحداثيات الكروية — coordonnées sphériques
- الإحداثيات المنحنية — coordonnées curvilignes

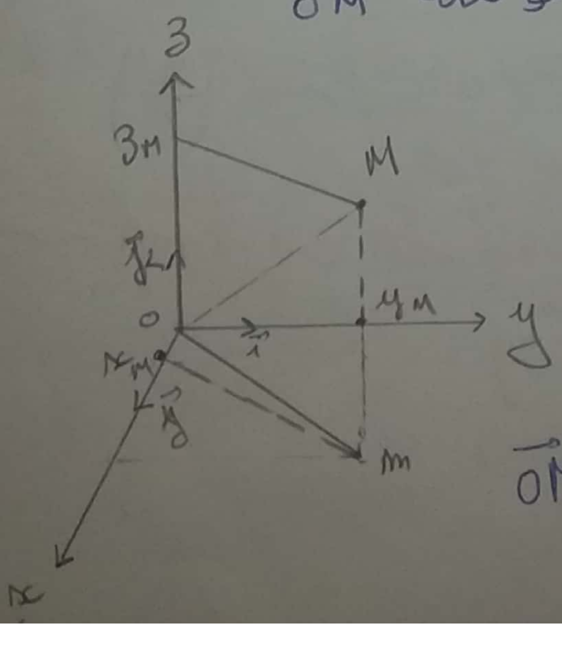
الإحداثيات الكارتيزية:

- المعلم الفضائي: (Repère spacial)
- يمكن تحديد موقع أي نقطة M موضعه $\vec{OM}$

x = الفاصلة — abscisse

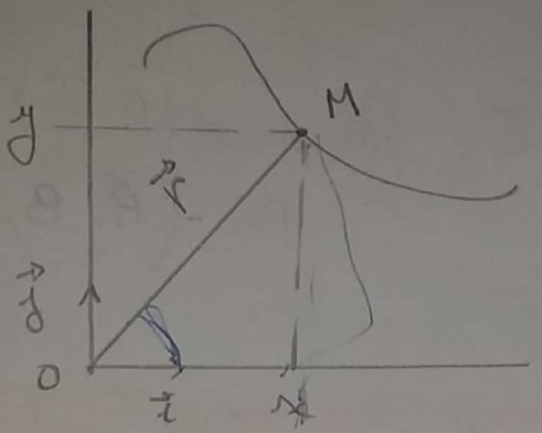
y = الترتيب — ordonnée

z = العلو — altitude



$$\vec{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

ـ المعلم المستوي: (Repère plan)



$$\vec{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

(الإحداثيات المستطيلة)

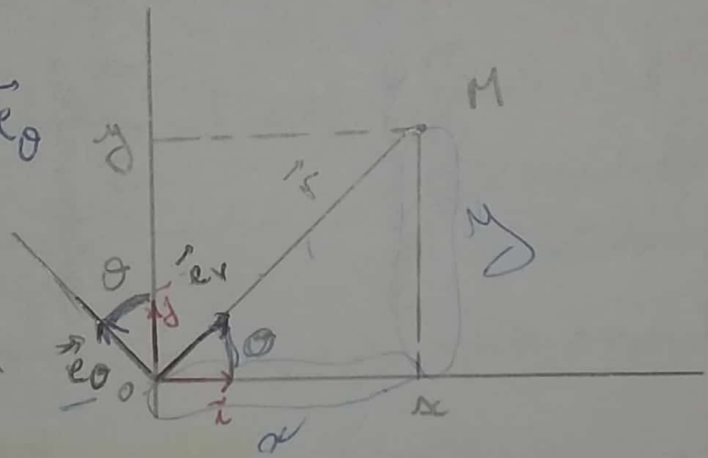
ـ الإحداثيات القطبية:

r = نصف القطر القطبي = (rayon polaire)

θ = الزاوية القطبية = (angle polaire)

$$\vec{OM} = \vec{r} = A_r\vec{e}_r + A_\theta\vec{e}_\theta$$

$(A_r ; A_\theta)$ هما مركبتا $\vec{OM}$ في القاعدة $(O; \vec{e}_r; \vec{e}_\theta)$



$$x = r\cos\theta \quad , \quad \theta = \arccos\left(\frac{x}{r}\right)$$

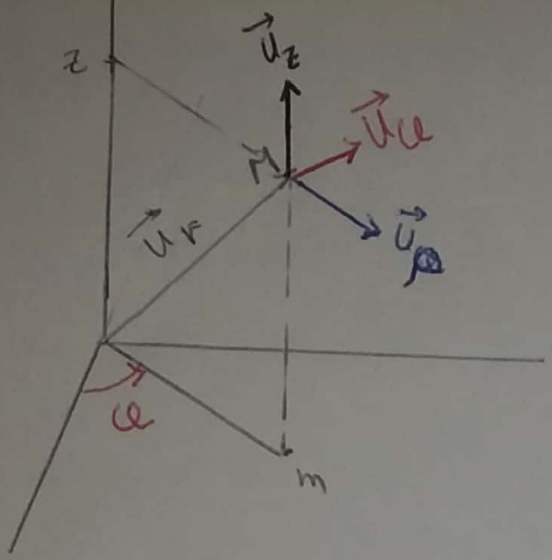
$$y = r\sin\theta \quad , \quad \theta = \arcsin\left(\frac{y}{r}\right)$$

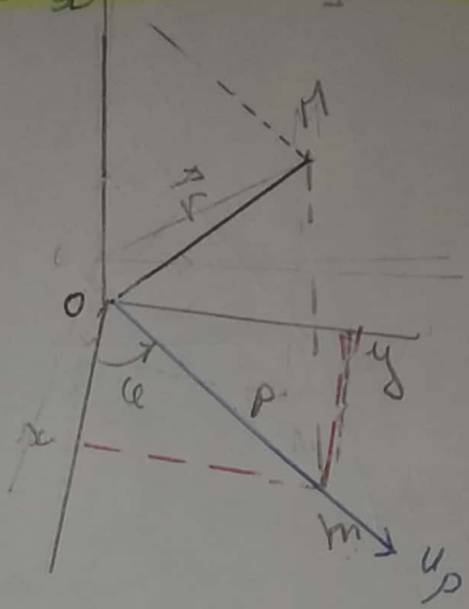
$(x ; y)$

العلاقة بين الإحداثيات المستطيلة و القطبية

$(r ; \theta)$

الاحداثيات الاسطوانية:





$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = \overrightarrow{Om} + \overrightarrow{mM} = r.\vec{U}_r ,$$

$$\vec{U}_\rho = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$$

للحصول على عبارة شعاع الواحدة $\vec{U}_\varphi$ يكفي الانتباه أن القاعدة $(\vec{U}_\rho ; \vec{U}_\varphi , \vec{U}_z)$ متعامدة و تشكل ثلاثية مباشرة وعليه:

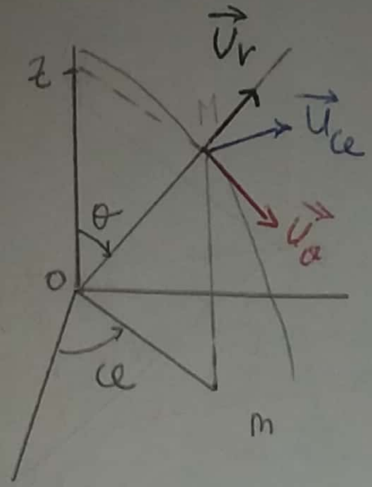
$$\vec{U}_\varphi = \vec{U}_z \wedge \vec{U}_\rho = -\vec{i}\sin\varphi + \cos\varphi\,\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = \underline{\rho\cos\varphi}\,\vec{i} + \underline{\rho\sin\varphi}\,\vec{j} + \underline{z}\,\vec{K}$$

$$\begin{aligned} x &= \rho\cos\varphi \\ y &= \rho\sin\varphi \\ z &= z \end{aligned} \Longrightarrow \begin{aligned} &\boxed{\rho = \sqrt{x^2+y^2}} \\ &\boxed{\varphi = \arctan\frac{x}{y}} \\ &\boxed{\varphi = \arccos\frac{x}{\rho} = \arcsin\frac{y}{\rho}} \end{aligned}$$

العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزية والاحداثيات الاسطوانية

- الاحداثيات الكروية



العلاقة

r = نصف القطر الفضائي.

$(\vec{OZ};\vec{OM})$ = السمت

$(\vec{Ox};\vec{Om})$ = تمام العرض.

العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزية والكروية:

$$x = \rho\cos\alpha \qquad x = r\sin\theta\cos\alpha$$
$$y = \rho\sin\alpha \quad \Longrightarrow \quad y = r\sin\theta\sin\alpha$$
$$z = r\sin\theta \qquad z = r\cos\theta$$

العلاقة بين الاحداثيات الكروية والاسطوانية:

$$\rho = r\sin\theta \qquad , r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$
$$\alpha = \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \alpha$$
$$z = r\cos\theta \qquad \theta = \arctan\frac{\rho}{z}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad r \in [0;\infty[$$
$$\theta = \arccos\frac{z}{r} \qquad \theta \in [0;\pi[$$
$$\alpha = \arctan\frac{y}{x} \qquad \alpha \in [0;2\pi[$$

حركيات نقطة مادية:

* حركيات النقطة المادية هي دراسة الحركة دون التعرض للمسببات (كالقوى ...).
* النقطة المادية هي كل جسم مادي يمكن اعتبار أبعاده مهملة و معدومة نظريا و مهملة عمليا مقارنة بالمسافة المقطوعة.
* يجب على الدارس لأي حركة تعيين نظام مرجعي (معلم) و الذي تحلل الحركة بالنسبة له، تتم هذه الدراسة على أحد الشكلين:

شعاعيا: باستخدام شعاع الموضع $\vec{OM}$، السرعة $\vec{V}$، التسارع $\vec{a}$، الإزاحة $\Delta\vec{r}$

جبريا: بتحديد المعادلات الحركة وفق مسار معين.

* موضع المتحرك:

α* شعاع الموضع: $\vec{r}(t)$

- الشعاع الذي يصل مبدأ المعلم بنقطة مادية في لحظة معينة يرمز له $\vec{r}(t)$

α* شعاع الإزاحة: $\Delta\vec{r}(t)$

الفرق بين شعاعي الموضع $\vec{r}(t')$ و $\vec{r}(t)$، ويمثل بشعاع الذي يصل موضع M في اللحظة t و موضعها في اللحظة t'.

- عندما تغدو M' و M قريبتين تكون الإزاحة أصغرية و تسمى لإزاحة عنصرية $d\vec{r}$

$$\Delta\vec{r}(t;t') = \vec{r}(t') - \vec{r}(t)$$

α* المعادلات الزمنية:

- تكون M في سكون إذا كانت الإحداثيات $(x; y; z)$ مستقلة عن الزمن t وفي حالة حركة إذا كانت توابع للزمن $(x(t); y(t), z(t))$

* المسار: هو مجموع المواضع المتتالية التي احتلتها خلال أزمنة متعاقبة.
يمكن أن يكون ماديا (الطريق) أو وهميا (مسار القمر)
- نحصل على معادلة المسار بحذف الزمن ما بين المعادلتين الزمنيتين.

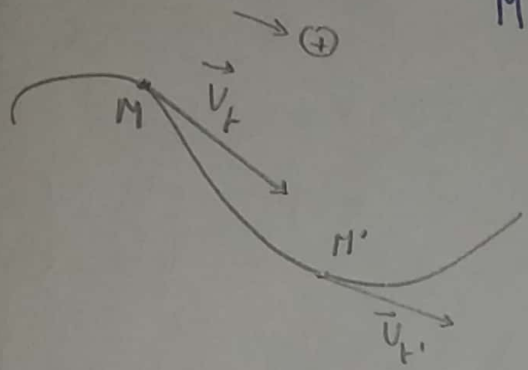
α* شعاع السرعة

α- شعاع السرعة المتوسطة:

$$\vec{V}_m(t;t') = \frac{\Delta\vec{r}(t;t')}{\Delta t}$$

- شعاع السرعة اللحظية:

$$\vec{V}_t = \lim_{t \to t'} \frac{r(t') - r(t)}{t' - t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$



- $\vec{V}_t$ يحمله المماس للمسار في النقطة M
- إتجاه $\vec{v}_t$ هو في جهة الحركة.
- ولشدة:

$$V = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

وحسب الترميز:

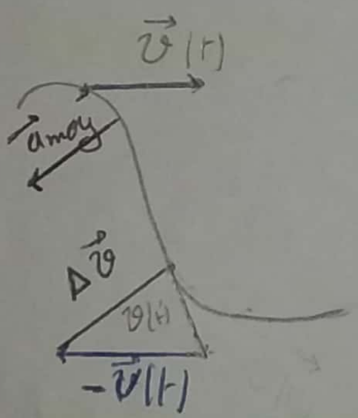
$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

وعليه:

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

- شعاع التسارع:

- شعاع التسارع المتوسط:



$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t') - \vec{v}(t)}{t' - t}$$

- شعاع التسارع اللحظي:

- $\vec{a}(t)$ هو من أجل مجال زمني صغير هو نفسه التسارع المتوسط $\vec{a}_{moy}$ في منتصف المجال الزمني:

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_m\left(\frac{t' + t}{2}\right)$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

- يكون شعاع التسارع موجه دائما نحو تقعر المسار.

$\vec{a}.\vec{V} > 0$ فالحركة متسارعة.

$\vec{a}.\vec{V} < 0$ فالحركة متباطئة.

- إتجاه الحركة يدل عليه اتجاه شعاع السرعة $\vec{V}$.

Scanned by CamScanner

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\dot{r}(t)\vec{e}_r + \dot{\theta}(t)\vec{e}_\theta\right]$$

$$= \frac{d\dot{r}(t)}{dt}\vec{e}_r + \frac{d\vec{e}_r}{dt}\dot{r}(t) + \frac{d\dot{\theta}(t)}{dt}r(t)\vec{e}_\theta + \frac{dr(t)}{dt}\dot{\theta}(t)\vec{e}_\theta + \frac{d\vec{e}_\theta}{dt}\dot{\theta}(t)r(t)$$

$$= \ddot{r}(t)\vec{e}_r + \dot{\theta}(t)\dot{r}(t)\vec{e}_\theta + \ddot{\theta}(t)r(t)\vec{e}_\theta + \dot{r}(t)\dot{\theta}(t)\vec{e}_\theta - \dot{\theta}(t)\dot{\theta}(t)r(t)\vec{e}_r$$

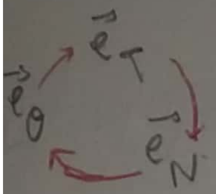
$$= \vec{e}_r\underbrace{\left[\ddot{r}(t) - \dot{\theta}(t)^2 r(t)\right]}_{a_r(t)} + \vec{e}_\theta\underbrace{\left[r(t)\ddot{\theta}(t) + 2\dot{r}(t)\dot{\theta}(t)\right]}_{a_\theta(t)}$$

القطرية   العرضية

$$|\vec{a}(t)| = \sqrt{a_r(t)^2 + a_\theta(t)^2} = \sqrt{a_x(t)^2 + a_y(t)^2}$$

* حركيات النقطة المادية في الإحداثيات المنحنية

القاعدة المماسية ← مرتبط بالجسم المتحرك ← القاعدة $(M(t); \vec{e}_T(t); \vec{e}_N(t))$



- شعاع الموضع:

- شعاع الموضع $\vec{r}(t)$ معدوم $\vec{r}(t)=\vec{0}$

- الفاصلة المنحنية: $S(t)=M_0M(t)$ تعطى مرجعية.

- شعاع السرعة اللحظية، تستعمل العنصري.

لما $\Delta t \to 0$ فإن: $|d\vec{r}(t)| \to ds(t)$

$$\vec{v}(t)=v(t).\vec{e}_T = \frac{ds(t)}{dt}.\vec{e}_T$$

$$\left\{ |\vec{v}(t)|=v(t)=\frac{|d\vec{r}(t)|}{dt}=\frac{ds}{dt} \right.$$

$v(t)=$ السرعة الخطية.

$$ds=|d\vec{r}|=\sqrt{d_x^2+d_y^2}$$

- شعاع التسارع اللحظي:

$$\vec{a}(t)=\frac{d\vec{v}(t)}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\frac{ds(t)}{dt}.\vec{e}_T\right]$$

$$=\frac{d}{dt}\left[\frac{ds(t)}{dt}\right].\vec{e}_T+\frac{d}{dt}\left[\vec{e}_T\right].\frac{ds(t)}{dt}$$

$$=\frac{d^2s(t)}{dt}\vec{e}_T+v(t).w\,\vec{e}_N$$

$$=\frac{d\,v(t)}{dt}\vec{e}_T+\frac{v^2(t)}{\rho(t)}\vec{e}_N$$

$$=\underbrace{\vec{a}_T(t)}_{\text{مماسي}}+\underbrace{\vec{a}_N(t)}_{\text{ناظمي}}$$

مماسي ⇓ التغير في السرعة الخطية

ناظمي ⇓ تغير إتجاه السرعة الخطية

$$\frac{d\vec{e}_T}{dt}=\vec{w}.\vec{e}_T = w\vec{e}_\theta\times\vec{e}_T=w\vec{e}_N$$

$$w=\frac{d\alpha}{dt}=\frac{d\alpha}{ds}\times\frac{ds}{dt}$$

$$ds=\rho(t)\,d\alpha$$

$$\frac{d\alpha}{ds}=\frac{1}{\rho(t)}$$

$$\vec{a}(t)=\vec{a}_T(t)+\vec{a}_N(t)$$

Scanned by CamScanner

الحركيات النقطة المادية في المستوي:

- يمكن تحديد موضع المتحرك بواسطة الاحداثيات المستقيلة أو القطبية.

- في جملة الاحداثيات المربعة:

- شعاع الموضع

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{e_x} + y(t)\vec{e_y} \Rightarrow$$

- شعاع السرعة

$$\vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\vec{e_x} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{e_y} \Rightarrow$$

- شعاع التسارع

$$\vec{a}(t) = \frac{dv_x}{dt}\vec{e_x} + \frac{dv_y(t)}{dt}\vec{e_y} \Rightarrow$$

- في جملة الاحداثيات القطبية: (r, θ)

- شعاع الموضع:

$$\vec{r}(t) = |\vec{r}(t)| \cdot \vec{e_r}$$

- شعاع السرعة:

$$\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[r \cdot \vec{e_r}\right]$$

$$= \frac{dr(t)}{dt}\vec{e_r} + \frac{d\vec{e_r}(t)}{dt} \cdot r(t)$$

سرعة زاوية

نعلم أن:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{d\vec{e_r}(t)}{dt} &= \frac{d\theta(t)}{dt}\vec{e_\theta} = \dot{\theta}(t)\vec{e_\theta} = \omega\vec{e_\theta} \\ \frac{d\vec{e_\theta}}{dt} &= -\frac{d\theta(t)}{dt}\vec{e_r} = -\dot{\theta}(t)\vec{e_r} = -\omega\vec{e_r} \end{aligned}}$$

وعليه:

$$\vec{v}(t) = \underbrace{\dot{r}(t)\vec{e_r}}_{v_r} + \underbrace{\dot{\theta}(t) \cdot \vec{r}(t) \cdot \vec{e_\theta}}_{v_\theta}$$

v_r (المركبة القطرية) v_θ (المركبة العرضية)

$$|\vec v(t)| = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

- شعاع التسارع:

* - اشتقاق شعاع ثابت طويلة:

$$\frac{d\vec A}{dt} = \vec\omega \times \vec A$$

- $\vec A$ شعاع ثابت طويلة ومتغير اتجاهه (مثل أشعة الوحدة)
- $\vec\omega$: شعاع سرعة الزاوية

$$\vec a(t) = \frac{d\vec v(t)}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt}\left[\dot r(t)\vec e_r + \dot\theta(t) r(t)\vec e_r\right]$$

$$= \frac{d}{dt}\left[\dot r(t)\vec e_r\right] + \frac{d}{dt}\left[\dot\theta(t) r(t)\vec e_r\right]$$

$$= \left[\ddot r(t)\vec e_r\right] + \left[\frac{d\vec e_r}{dt}\dot r(t)\right] + \left[\frac{d(\dot\theta(t))}{dt} r(t)\vec e_r\right] + \left[\frac{dr(t)}{dt}\dot\theta(t)\vec e_r\right] + \left[\frac{d\vec e_r}{dt}\dot\theta(t) r(t)\right]$$

$$= \left[\ddot r(t)\vec e_r\right] + \left[\dot\theta(t)\vec e_\theta \cdot \dot r(t)\right] + \left[\ddot\theta(t) r(t)\vec e_r\right] + \left[\dot r(t)\dot\theta(t)\vec e_r\right] + \left[\dot\theta(t)\dot\theta(t) r(t)\vec e_\theta\right]$$

$$= \ddot r(t)\vec e_r + \dot\theta(t)\cdot\dot r(t)\vec e_\theta + \ddot\theta(t) r(t)\vec e_r + \dot r(t)\dot\theta(t)\vec e_\theta + \dot\theta(t)^2 r(t)\vec e_\theta$$

$$= \vec e_r\left[\ddot r(t) + \ddot\theta(t) r(t)\right]$$

* حركيات النقطة المادية في المعالم الفضائية :

* الإحداثيات الكارتيزية : $(x ; y ; z)$

شعاع الموضع $\vec{r}$

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

شعاع السرعة اللحظية

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\vec{e}_y + \frac{dz}{dt}\vec{e}_z = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y + v_z\vec{e}_z$$

شعاع التسارع اللحظي $\vec{a}$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{e}_x + \frac{dv_y}{dt}\vec{e}_y + \frac{dv_z}{dt}\vec{e}_z$$

* الإحداثيات الأسطوانية : $(\rho ; \varphi ; z)$

شعاع الموضع $\vec{r}$

$$\vec{r}(t) = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{e}_z$$

شعاع $v(t)$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{e}_z$$

$\vec{a}(t)$

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

$$= (\ddot{\rho} - \rho(\dot{\varphi})^2)\vec{e}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\varphi} + \rho\ddot{\varphi})\vec{e}_\varphi + \ddot{z}\vec{e}_z$$

نعلم أن :

$$\vec{e}_\rho = \cos\varphi\,\vec{e}_x + \sin\varphi\,\vec{e}_y \quad ; \quad \vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\,\vec{e}_x + \cos\varphi\,\vec{e}_y$$

$$\frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \vec{w}\cdot\vec{e}_\rho = \frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_\theta \times \vec{e}_\rho = \frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_\varphi = \dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$$

$$\frac{d\vec{e}_\varphi}{dt} = \vec{w}\cdot\vec{e}_\varphi = \frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_\theta \times \vec{e}_\varphi = \frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_\rho = \dot{\varphi}\vec{e}_\rho$$

$\vec{e}_\rho \rightarrow \vec{e}_\varphi \rightarrow \vec{e}_\theta \rightarrow \vec{e}_\rho$

(ثلاثية مباشرة)

Scanned by CamScanner

- الاحداثيات الكروية: $(r ; \theta ; \varphi)$

* r : نصف القطر الشعاعي. $0<r<+\infty$
* θ = سمت $0<\theta<\pi$
* φ = تمام العرض $0<\varphi<2\pi$

$\vec{e}_r$: محمول على $\vec{r}$

$\vec{e}_\theta$: مماس للدوائر الطولية عند M باتجاه تزايد θ

$\vec{e}_\varphi$: " " العرضية " " تزايد φ

- العلاقة بين الإحداثيات الكارتيزية و الكروية

$$(x ; y ; z) \longrightarrow (r ; \theta ; \varphi)$$

$$\begin{cases} r = x^2+y^2+z^2 \\ \tan g\,\varphi = \dfrac{y}{x} \\ \tan g\,\theta = \dfrac{\rho}{z_M} = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{z_M} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi = r\sin\theta\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi = r\sin\theta\sin\varphi \\ z = r\sin\theta = r\cos\theta \end{cases}$$

- العلاقة بين الإحداثيات الكروية و الاسطوانية:

$$(\rho ; \varphi ; z) \longrightarrow (r ; \theta ; \varphi)$$

$$\begin{cases} \rho = r\sin\theta \\ \varphi = \varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{\rho^2+z^2} \\ \varphi = \varphi \\ \theta = \arctan \dfrac{\rho}{z} \end{cases}$$

شعاع الموضع $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}(t) = r\,\vec{e}_r$$

$\vec{v}(t)$

$$\vec{v}(t) = r\,\vec{e}_r + r\,\dot\theta\,\vec{e}_\theta + r\,\dot\varphi\sin\theta\,\vec{e}_\varphi$$

$\vec{a}(t)$

$$\vec{a}(t) = \left(\ddot r - r(\dot\theta)^2\sin\theta\right)\vec{e}_r + \left(2\dot r\dot\theta + r\ddot\theta - r(\dot\theta)^2\cos\theta\sin\theta\right)\vec{e}_\theta + \left(r\ddot\varphi\sin\theta + 2r\dot\varphi\dot\theta\cos\theta + 2\dot r\dot\varphi\sin\theta\right)\vec{e}_\varphi$$

* الحركة النسبية :

- دراسة حركة نقطة مادية في معلمين مختلفين .

$R'(o';x';y';z')$ — $R(o;x;y;z)$

أساسه $(\vec{e}_{x'};\vec{e}_{y'};\vec{e}_{z'})$ متحرك — أساسه $(\vec{e}_x;\vec{e}_y;\vec{e}_z)$ ساكن

- المعلم النسبي . — المعلم المطلق .

(إنسحابية ، دورانية أو معًا)

⇓

(R' في حركة كيفية بالنسبة لـ R)

$\vec{r}'=\vec{O'M}(t)$ = بين النقطة المادية و مركز أساس المعلم النسبي .

$\vec{r}=\vec{OM}(t)$ = " " " " " " المطلق .

$\vec{R}=\vec{OO'}$ = بين مركزي المعلم النسبي و المطلق

- العلاقة بين أشعة المواضع في المعلمين R و R' :

(سرعة زاوية)

$\vec{\omega}=\omega\vec{e}_\theta$

- R' ينسحب ويدور حول محور (Δ) الذي يمر بـ O' بسرعة زاوية

$$\vec{r}(t)=\vec{R}(t)+\vec{r}'(t)$$

- العلاقة بين السرعات في المعلمين R و R' :

$$\vec{v}_a=\vec{v}_{O'O}+\vec{v}_r+(\vec{\omega}\times\vec{r}) \Rightarrow$$ سرعة الجر

$\vec{v}_a(t)$ = السرعة المطلقة للنقطة M بالنسبة لـ R .

$\vec{v}_r(t)$ = السرعة النسبية للنقطة M بالنسبة لـ R' .

$$\vec{v}_r(t)=\frac{d\vec{r}'(t)}{dt}=\frac{d}{dt}\left[x'\vec{e}_{x'}+y'\vec{e}_{y'}+z'\vec{e}_{z'}\right]$$

$\vec{v}_{O'O}(t)$ = سرعة إنسحاب R' بالنسبة لـ R .

$$\vec{v}_{O'O}(t)=\frac{d\vec{R}(t)}{dt}=\frac{d}{dt}\left[x\vec{e}_x+y\vec{e}_y+z\vec{e}_z\right]$$

$\vec{\omega}\times\vec{r}'(t)$: سرعة دوران المعلم R' بالنسبة حول المحور O' .

$\vec{\omega}$ = سرعة زاوية الدوران حول المحور الذي يمر من O' .

نعلم أن

- مشتق شعاع ثابت طوله ويغير إتجاهه:

$$\frac{d\vec{A}(t)}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{A}$$

- قانون تحويل الإشتقاق من المعلم الساكن إلى المتحرك

$$\left.\frac{d\vec{B}(t)}{dt}\right|_{R} = \left.\frac{d\vec{B}(t)}{dt}\right|_{R'} + \vec{\omega} \times \vec{B}$$

- العلاقة بين التسارعات في المعلمين R و R' :

$$\vec{a}_a(t) = \vec{a}_{c}(t) + \vec{a}_e(t) + \vec{a}_r$$

$\vec{a}_a = \vec{a}_{M/R}$: تسارع المتحرك بالنسبة لـ R .

$\vec{a}_e = \vec{a}_{o'o} + \vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$ تسارع مركزيا .

$\vec{\alpha} \times \vec{r}'$: تسارع المتحرك ناتج من التسارع الزاويا .

$\vec{a}_{o'o}$ = تسارع انسحاب R' بالنسبة لـ R .

$\vec{a}_{r'} = \vec{a}_{M/R'}$: تسارع المتحرك بالنسبة لـ R'

$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{r}'$ التسارع المتمم أو تارغ كوربوليس .

حالات :

R' يدور بزاوية ثابتة فقط

$\vec{\alpha}=\vec{0} \Rightarrow \vec{\alpha}\times\vec{r}=\vec{0}$

$\Updownarrow$

$\vec{v}_{O'O}=\vec{0}\,;\,\vec{a}_{O'O}=\vec{0}$

R' يدور فقط

$\vec{v}_{O'O}=\vec{0}$

$\vec{a}_{O'O}=\vec{0}$

R' ينسحب بحركة مستقيمة منتظمة

$\vec{a}_{O'O}=\vec{0} \Leftarrow \vec{v}_{O'O}=cst$

R' ينسحب فقط

$\vec{\omega}\times\vec{r}=\vec{0}$

$\vec{v}_a=\vec{v}_{O'O}+\vec{v}_r$

$\vec{a}_a=\vec{a}_{O'O}+\vec{a}_r$

المراقب المرتبط بـ وصف حركة M متعدد

بالمعلم "المطلق"

$\vec{r}(t)=x(t)\vec{e}_x+y(t)\vec{e}_y+z(t)\vec{e}_z$

$\vec{v}_a(t)=\frac{d\vec{r}(t)}{dt}\Big/_R$

$\vec{a}_a(t)=\frac{d\vec{v}_a(t)}{dt}\Big/_R$

بالمعلم المتحرك :

$\vec{r}'(t)=x'(t)\vec{e}_x+y'(t)\vec{e}_y+z'(t)\vec{e}_z$

$\vec{v}_r(t)=\frac{d\vec{r}'(t)}{dt}\Big/_{R'}$

$\vec{a}_r(t)=\frac{d\vec{v}'(t)}{dt}\Big/_{R'}$