المدرسة العليا للأساتذة بالأغواط

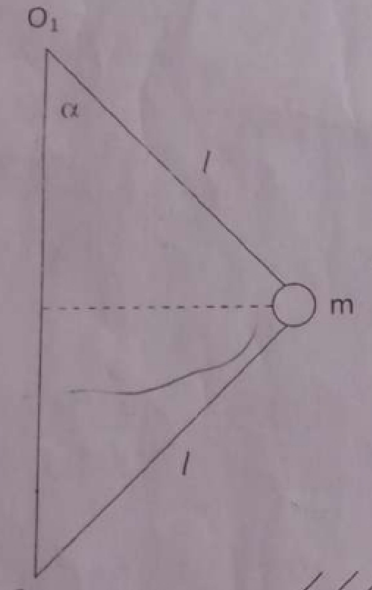
التخصص : السنة الأولى علوم دقيقة   **الأعمال الموجهة**   السلسلة 8 : تحريك 1

التمرين الأول: عربة كتلتها m تسير على طريق أفقي، تدفع بقوة ثابتة F_p . قوى الاحتكاك هما: قوة ثابتة F_1 و قوة $F_2 = kmv^2$ متناسبة مع مربع سرعة العربة؛ هاتان القوتان في الاتجاه المعاكس للحركة. نفرض أن العربة كانت عند المبدأ في اللحظة $t = 0s$.

1 - بين أن سرعة العربة تؤول إلى سرعة حدية U يطلب تعيينها.

2 - أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي السرعة و بين أنه يمكن كتابتها بالشكل: $\frac{dv}{U^2 - v^2} = k\,dt$. استنتج العلاقة $v = v(U, k, t)$

3 - انطلاقا من المعادلة التفاضلية السابقة، استنتج المعادلة التفاضلية التي تربط x بـ v ؛ كاملها للحصول على المعادلة الزمنية للحركة $x(t)$.



الشكل 1

التمرين الثاني: نقطة مادية مثبتة بخيطين كما هو مبين في الشكل1 ، نجعل الجملة تقوم بحركة دائرية في المستوي الأفقي XOY بسرعة زاوية ω ثابتة.

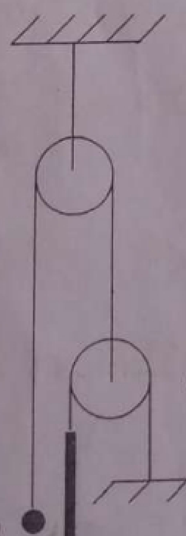
1 – الخيط السفلي غير مشدود ، أوجد العلاقة بين زاوية انفراج الخيط العلوي θ والسرعة الزاوية ω ، حدد المجال الذي تحصر فيه السرعة الزاوية

2 – التوتر الأعظمي الذي يتحمله كل خيط هو T_{MAX} ، الخيطان الآن مشدودان أوجد توتري الخيطين ، حدد المجال الذي تحصر فيه السرعة الزاوية. أي الخيطين ينقطع أولا وفي أي شرط؟

التمرين الثالث: في الشكل 2 كتلة الكرة تساوي 1,8 مرة من كتلة الساق ، طول الساق L = 1 m ، في بداية الحركة كانت الكرة مقابل النهاية السفلى للساق.

1 – أكتب المعادلة الزمنية للكرة وللنهاية العليا للساق.

2 – أحسب الزمن اللازم لوصول الكرة إلى النهاية العليا للساق.

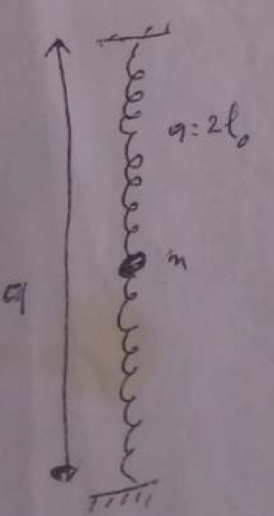


الشكل 2

التمرين الرابع في الشكل 3 البعد بين نهايتي النابضين هي a طول النابضين فارغين $l_0 < a$

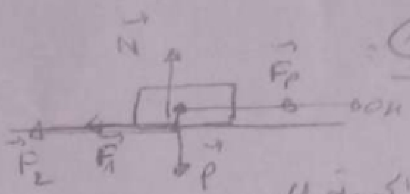
– أوجد طول النابضين في حالة التوازن

– نسحب الكتلة نحو الأسفل ثم نتركها بدون سرعة ابتدائية أثبت أن الحركة مستقيمة جيبية يطلب تحديد دورها.



الشكل 3

ـت ①:



① . السرعة الحدية U

F : انعدام تسارع الحركة، $\vec{\gamma}=\vec{0}$

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_2+\vec{F}_1+\vec{P}+\vec{N}+\vec{F}_p = m\vec{\gamma} \quad \text{— ①}$$

② بالإسقاط على (ox):

$$F_p - F_1 - F_2 = 0$$

$$F_p - F_1 - kmU^2 = 0$$

$$\boxed{U = \sqrt{\frac{F_p - F_1}{km}}} \quad \text{— ②}$$

[2] : المعادلة التفاضلية:

من ① وبالإسقاط على (ox):

$$F_p - F_1 - F_2 = m\frac{dv}{dt} \quad \text{— ③}$$

من ②: $U^2 = \frac{F_p - F_1}{km}$

$$F_p - F_1 = kmU^2$$

نعوض في ③:

$$kmU^2 - kmv^2 = m\frac{dv}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dv}{U^2-v^2} = k\,dt} \quad \text{— ④}$$

- استنتاج (v):

من ④: $\frac{1}{U^2-v^2} = \frac{1}{2U}\left(\frac{1}{U-v}+\frac{1}{U+v}\right)$

$$\frac{dv}{U^2-v^2} = \frac{1}{2U}\left(\frac{dv}{U-v}+\frac{dv}{U+v}\right) = k\,dt$$ ومنه

بالتكامل:

$$\frac{1}{2U}\left(-\ln(U-v)+\ln(U+v)\right) = kt+c$$

$$\ln\left(\frac{U+v}{U-v}\right) = (kt+c)2U$$

$$\frac{U+v}{U-v} = c_1 e^{2Ukt}$$

$t=0 \quad v=0 \Rightarrow c_1 = 1$

$$U+v = (U-v)e^{2Ukt}$$

$$\boxed{v = \frac{U(e^{2Ukt}-1)}{(1+e^{2Ukt})}}$$

③ . عبارة x

من ④ ، نضرب في v:

$$\frac{v\,dv}{U^2-v^2} = k\,v\,dt = k\,dx$$

بالتكامل نجد.

نلاحظ أن $(U^2-v^2)' = -2v$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{-2v\,dv}{U^2-v^2}\right) = k\,dx$$

بالتكامل:

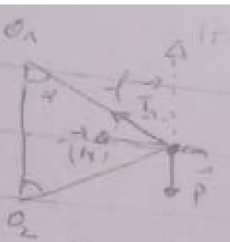
$$-\frac{1}{2}\ln(U^2-v^2) = kx+c$$

$$x = -\frac{1}{2k}\ln(U^2-v^2)+c_2$$

$t=0 \quad x=0 \Rightarrow v=0$

$$\Rightarrow c = \frac{1}{2k}\ln U^2$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2k}\ln\left(\frac{U^2}{U^2-v^2}\right)}$$



② الخيط السفلي غير مشدود:

$T_2 = 0$:

السرعة الزاوية اللازمة للانزياح ⓐ

حسب $\omega > \omega_0$

ب السرعة الزاوية قبل الانزياح

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$$

$$\vec{P} + \vec{T_1} = m\vec{\gamma} \quad —— ①$$

ⓐ بالاسقاط على (N):

$$T_1 \sin\theta = m\gamma_N \qquad \begin{cases} \gamma_N = \omega^2 R \\ R = l\sin\theta \end{cases}$$

$$T_1 \sin\theta = m\omega^2 l \sin\theta$$

$$\boxed{T_1 = m\omega^2 l} \quad —— ②$$

ⓑ بالاسقاط على (T)

من ①:

$$P - T_1\cos\theta = 0 \qquad \cos\theta = \frac{P}{T_1}$$

$$\cos\theta = \frac{mg}{m\omega^2 l} = \frac{g}{\omega^2 l}$$

$$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 l}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}} \quad —— ③$$

قبل الانزياح $\Leftarrow \theta = 0$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l\cos 0}} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

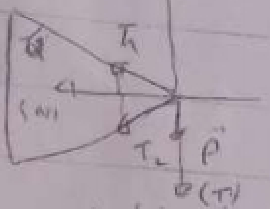
المجال:

$$\omega(\alpha) = \sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$$

$$\boxed{\sqrt{\frac{g}{l}} < \omega < \sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}}$$

ⓐ [٤] التوتر الاعظمي T_M ،

الخيطان مشدودان $0 < \theta < \alpha$



$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$$

بالاسقاط ⓐ ايجاد توتري الخيطين:

$$\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{P} = m\vec{\gamma} \quad —— ①$$

بالاسقاط على (N)

$$T_1 \sin\alpha + T_2 \sin\alpha = m\omega^2 l \sin\alpha$$

$$T_1 + T_2 = m\omega^2 l \quad —— ②$$

بالاسقاط على (T)

$$P + T_2\cos\alpha - T_1\cos\alpha = 0$$

$$T_1 - T_2 = \frac{mg}{\cos\alpha} \quad —— ③$$

من ②، ③

$$\boxed{\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2}\left(\frac{mg}{\cos\alpha} + m\omega^2 l\right) \\ T_2 &= \frac{1}{2}\left(m\omega^2 l - \frac{mg}{\cos\alpha}\right) \end{aligned}}$$

تغير φ بدلالة ... الذي يحدث فيه لسرعة الزاوية بداية شد ($T_2 \neq 0$)

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l \cos\alpha}}$$

نلاحظ: $T_1 > T_2$

لكي لا ينقطع الخيط:

$$T_1 < T_{max}$$

$$T_m > \frac{1}{2}\left(\frac{mg}{\cos\alpha} + m\omega^2 l\right)$$

$$\Rightarrow \omega^2 < \left(\frac{2T_m}{ml} - \frac{g}{l\cos\alpha}\right)$$

ومنه المجال:

$$\boxed{\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}} \leq \omega < \sqrt{\left(\frac{2T_m}{ml} - \frac{g}{l\cos\alpha}\right)}}$$

ⓑ الخيط الذي ينقطع أولا هو الأول الذي له توتر أكبر والشرط هو:

$$\boxed{\omega = \sqrt{\left(\frac{2T_m}{ml} - \frac{g}{l\cos\alpha}\right)}}$$

ⓐ

ط②: للجواب على ① بالمجال:

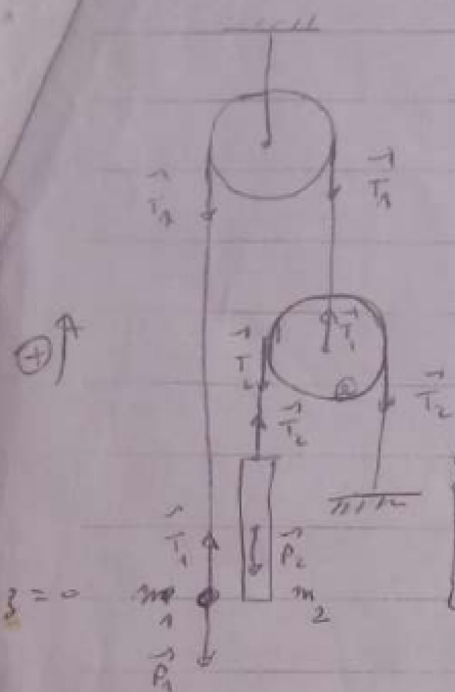
$$0 < \theta < \alpha$$

$$\cos\alpha < \cos\theta < \cos 0$$

$$\cos\alpha < \frac{g}{l\omega^2} < 1$$

$$\frac{g}{l} < \omega^2 < \frac{g}{l\cos\alpha}$$

تمرين ③ :



$l = 1\,m$

$m_1 = 1.8\, m_2$

$$\begin{cases} z_2 = 2 z_1 \\ v_2 = 2 v_1 \\ \gamma_2 = 2\gamma_1 \end{cases}$$

① سؤال إضافي:

النسبة بين m_1، m_2 في حالة التوازن:

ⓐ حركة الكرة ①:

$$\sum \vec{F} = m_1 \vec{\gamma}_1$$

$$-P_1 + T_1 = m_1\gamma_1 \quad — ①$$

ⓑ حركة الساق ②:

$$P_2 - T_2 = m_2\gamma_2 \quad — ②$$

حركة البكرة ②:

$$T_1 = 2T_2 \quad — ③$$

نضرب المعادلة ② × 2 وباستعمال ③

ثم نجمع المعادلتين ①، ②:

$$2P_2 - P_1 = m_1\gamma_1 + 2m_2\gamma_2 \quad — ④$$

حالة التوازن: $\gamma_1 = \gamma_2 = 0 \Leftarrow$

$\boxed{m_1 = 2m_2} \longrightarrow$ شرط التوازن

في حالة الحركة:

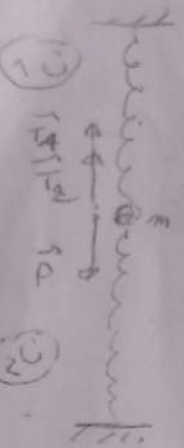
$m_1 = 1.8\, m_2$

ومنه ④ $\Leftarrow$

$$(2m_2 - 1.8m_2)\,g = 1.8\,m_2\gamma_1 + 4m_2\gamma_1$$

= (4)

ت1



ت2

① طول النابضين في حالة التوازن:

$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$

$mg - T_2 - T_1 = m\gamma$

التوازن: $(\gamma = 0)$.

$mg = 2k\Delta l$ —— ①

$\Delta l = \frac{mg}{2k}$

النابض ①: $l_1 = l_0 + \Delta l$

$\boxed{l_1 = l_0 + \frac{mg}{2k}}$

النابض ②: $l_2 = l_0 - \Delta l$

$\boxed{l_2 = l_0 - \frac{mg}{2k}}$

[2] نحسب الكتلة حركة سنقل ب (بد

$\underbrace{mg - 2k\Delta l}_{0 \text{ ① من}} - 2kx = m\ddot{x}$

$m\ddot{x} + 2kx = 0$

$\boxed{\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0}$

ومنه ح ج م

$\left.\begin{array}{l}\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0 \\ \ddot{x} + \omega^2 x = 0\end{array}\right\} \omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$

$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}}$

$\gamma_1 = \frac{0,2}{5,8} g$

$\boxed{\gamma_1 = 0,345\ m/s^2}$

$z_1 = \frac{1}{2}\gamma_1 t^2 \Rightarrow \boxed{z_1 = 0,17\, t^2}$

$\gamma_2 = 2\gamma_1 \Rightarrow \boxed{\gamma_2 = 0,69\ m/s^2}$

معادلة النهاية العليا للساق:

$z_2 = -\frac{1}{2}\gamma_2 t^2 + z_0$

z_0 فاصلة النهاية العليا للساق:

$t = 0 \quad z_2 = l = 1$

$\boxed{z_2 = -0,345\, t^2 + 1}$

② الزمن اللازم لوصول الكرة للنهاية العليا للساق:

أي الالتقاء:

$z_1 = z_2 \Rightarrow 0,17\, t^2 = -0,345\, t^2 + 1$

$\Rightarrow \boxed{t = 1,39\ s}$

$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} z_1 = 0,33\ m = \frac{1}{3} l \\ z_2 = 0,33\ m = \frac{1}{3} l \end{array}}$

أي أن الكرة تقطع $\frac{1}{3} l$

أما الساق تقطع $\frac{2}{3} l$ النهاية العليا