المدرسة العليا للأساتذة بالأغواط

التخصص : السنة الأولى علوم دقيقة الأعمال الموجهة السلسلة 5 : حركيات 2

التمرين الأول : يطلق صاروخ أبحاث من السكون شاقوليا لعلو كبير ، يحافظ الصاروخ على تسارع ثابت قدره $a_1 = 40\ g\ \ m/s^2$ خلال مدة احتراق الوقود وهي $10\ s$. و عند نفاذ هذا الأخير، يخضع الصاروخ لتسارع قدره $a_2 = g\ \ m/s^2$ متجه نحو الأسفل.

1- أرسم شعاعي السرعة و التسارع في اللحظات $t_1 = 5\ s$ ، $t_2 = 100\ s$ ، $t_3 = 300\ s$

2- مثل مخططات السرعة و التسارع بدلالة الزمن. 3- متى يبلغ الصاروخ الارتفاع العظمي؟ وما هو هذا الارتفاع ؟

4- قارن بين زمن الصعود و زمن الهبوط للصاروخ.

التمرين الثاني : يسقط متحرك من السكون شاقوليا ، يعطى تسارعه بالعبارة $a = g - kv$.

1- أكتب عبارة السرعة و كذا عبارة الفاصلة بدلالة الزمن. 2- مثل باستخدام سلم رسم $v(t)$ و $x(t)$.

3- ما هو الزمن الذي يستغرقه المتحرك للتوقف؟ ما هي المسافة المقطوعة؟

تطبيق عددي $g = 10\ m/s^2$ و $k = 2\ s^{-1}$ و

التمرين الثالث : يتحرك جسم حركة مستقيمة جيبية سعتها $A = 10\ cm$ ، في اللحظة $t = 1\ s$ كانت سرعته أعظمية في الاتجاه السالب وتساوي $\frac{\pi}{5}\ m/s$

1- أكتب المعادلة الزمنية للحركة. أوجد أزمنة المرور بمبدأ الفواصل وأزمنة انعدام السرعة

التمرين الرابع : يتحرك جسم على مسار مستقيم ، يعطى تسارعه بالعبارة التالية $a = -100\ x$ حيث x هي فاصلة المتحرك ، يأخذ التسارع قيمة عظمى عند $|x| = 4\ cm$. في اللحظة $t = \frac{\pi}{5}\ s$ كان المتحرك في الموضع $x = +2\ cm$ في الاتجاه السالب. 1- ما هي طبيعة الحركة ؟ 2- أكتب معادلاتها الزمنية وارسم مخططاتها.

التمرين الخامس : متحركان 1 و 2 يتحركان على قطعة مستقيمة بحركة جيبية سعتها $A = 10\ cm$ نبض الحركتين هما على الترتيب $\omega_1 = 10\ rad/s$ و $\omega_2 = 11\ rad/s$ ، عند اللحظة $t = 0\ s$ كان المتحركان في مبدأ الفواصل وفي الاتجاه الموجب.

1- من هو المتحرك الأسرع ؟ 2- أكتب معادلة الحركة للمتحركين.

3- أوجد لحظة التلاقي الموالي في نفس الاتجاه

السلسلة ⑤ حركيات ②

ت ①

[1] الحركة ①: $t \in (0, 10)$.

$a_1 = 40g \ m/s^2$

$v_1 = a_1 t$ — ① $v_1(5)$ حساب ①

عند $t = 5$

$\Rightarrow v_1 = 200g$

$v_1(10)$ حساب ①

حسب ① $v_1(10) = 400g$

معادلة الحركة ②:

$v_2 = a_2 (t - 10) + 400g$

$v_2 = -gt + 410g$ — ②

$v_2 = 0 \Rightarrow t = 410$

وسبق الحركة ①: $t \in [10, 410)$

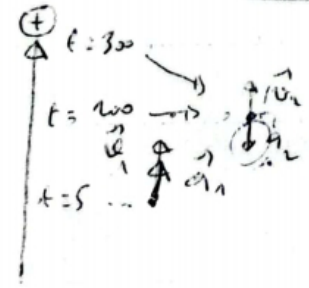
عند $t = 100 \Rightarrow v_2 = 310g$

$t = 300 \Rightarrow v_2(300) = 110g$

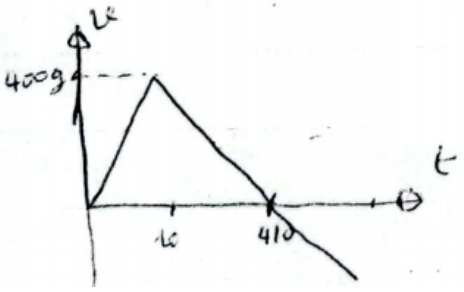
معادلة الحركة ③: $t \in$

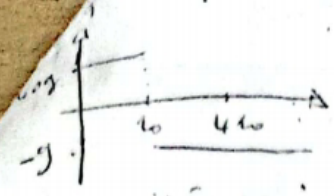
$v_3 = -g(t - 410)$ — ③

$t = 500 \Rightarrow v_3(500) = -90g$



[2]





[3] بلوغ الصاروخ الارتفاع الأعظمي:

$v = 0$ من العلاقة ①:

$\Rightarrow t = 410s$

$\int_{y(10)}^{y} dy = \int_{10}^{t} v_2 dt = \int_{10}^{t} (-gt + 410g)$

$y_2 = \left(-\frac{1}{2}gt^2 + 410gt + y_1(10)\right)_{10}^{t}$

حساب $y_1(10)$ من ①

$y_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} 40g t^2$

$y_1(10) = 2000g$

$y_2 = -\frac{1}{2}gt^2 + 410gt + 2000g + 50g$

$+4100g$

$y_2 = -\frac{1}{2}gt^2 + 410gt - 2050g$

$y_2(410) = 82000g$

[4] عند السقوط $t = 410s$

$y_3 = -\frac{1}{2}g(t - 410)^2 + 82000g$ (1.5)

الهبوط ← $y_3 = 0$

$y_3 = 0 \Rightarrow t = 814,9s$

زمن السقوط الحر

$t_3 = 405s$

ت ②:

$a = g - kv$

① عبارة x ، v و t.

$\frac{dv}{dt} + kv - g = 0$ ——— ①

①b:

الحل الخاص: $\frac{dv}{dt} + kv = 0$

$\int \frac{1}{v} dv = \int -k dt$

$\ln v = -kt + c$

$v = e^c e^{-kt}$ $\quad e^c = \alpha$

$v = \alpha e^{-kt}$ ——— ②

نضع $\alpha = \alpha(t)$

$v(t) = \alpha(t) e^{-kt}$

نعوض في ①:

$\frac{dv}{dt} = \alpha'(t) e^{-kt} - k\alpha(t) e^{-kt}$

$\alpha'(t) e^{-kt} - k\alpha(t) e^{-kt} + k\alpha(t) e^{-kt} - g = 0$

$\alpha'(t) = g e^{kt}$

$\alpha(t) = \frac{g}{k} e^{kt} + \beta$

نعوض في ②:

$v = \left(\frac{g}{k} e^{kt} + \beta\right) e^{-kt}$

$v(0) = 0 \Rightarrow \beta = -\frac{g}{k}$

$$v = \frac{g}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

②b

تبديل المتغير: $u = g - kv$

$du = -k\,dv$

$dv = -\frac{1}{k} du$

نعوض في ①:

$-\frac{1}{k}\frac{du}{dt} = u$

$\frac{du}{u} = -k\,dt$

$\ln u = -kt + c$

$u = e^c e^{-kt} = g - kv$

$v = \frac{g}{k} - \frac{c}{k} e^{-kt}$

$v(0) = 0 \Rightarrow c = g$

$$v = \frac{g}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

$x(t)$: عبارة

$x(t) = \int v\,dt$

$x(t) = \frac{g}{k}\int (1 - e^{-kt})\,dt$

$x(t) = \frac{g}{k}\left[t + \frac{1}{k} e^{-kt} + c\right]$

$x(0) = 0 \Rightarrow c = -\frac{1}{k}$

$$x(t) = \frac{g}{k}\left[t - \frac{1}{k} + \frac{1}{k} e^{-kt}\right]$$

$v_{lim} = \frac{g}{k}$

3) ب

$A = 10\,cm = 0{,}1\,m$

$v_{max} = -\frac{\pi}{5}$

① المعادلة الزمنية:

$x = A\sin(\omega t + \varphi)$

$|v_{max}| = A\omega = \frac{\pi}{5} \Rightarrow \boxed{\omega = 2\pi\ rad/s}$

$t = 1 \Rightarrow v = v_{max} = A\omega \cos(2\pi + \varphi) = -\frac{\pi}{5}$

$\cos(2\pi + \varphi) = -1$ $\quad 2\pi + \varphi = \pi$

$\cos\varphi = -1 \Rightarrow \boxed{\varphi = \pi}$ $\quad \varphi = \pi$

$\boxed{x = 0{,}1\sin(2\pi t \pm \pi)\ m}$

② أزمنة المرور بمبدأ الفواصل:

$x = 0 \quad 2\pi t \pm \pi = n\pi$

$\boxed{t = \frac{1}{2}(n+1)}$ $\quad n \neq 0$

أزمنة انعدام السرعة:

$v = 0{,}1\pi\cos(2\pi t \pm \pi) = 0$

$2\pi t \pm \pi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$\boxed{t = \frac{1}{2}k + \frac{1}{4}}$ $\quad k \in \mathbb{N}$

$\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$\sin\frac{\pi}{2} = 1$

4) ب

$a = -100x$ $\quad a + 100x = 0$

$\frac{a}{x} = -\omega$ ، أي المعادلة ①

$\ddot{x} + 10^2 x = 0$

هي معادلة حركة جيبية

$\omega = \sqrt{10^2}$

$\omega = 10$

$\left.\begin{array}{l}\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \\ \ddot{x} + 10^2 x = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\omega = 10}$

$|a_{max}| = A\omega^2 = 400\,cm/s^2 = 4\,m/s^2$

$t = \frac{\pi}{5} \rightarrow x = +2 \rightarrow v < 0$

$\Rightarrow x = +2 = 4\sin\left(10\left(\frac{\pi}{5}\right) + \varphi\right)$

$\sin(2\pi + \varphi) = +\frac{1}{2} = \sin\varphi$

$\varphi = \begin{cases}\frac{\pi}{6} & v > 0 \\ \pi - \frac{\pi}{6} & v < 0\end{cases}$ ✓

$\Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{5\pi}{6}}$

$\boxed{x = 4\sin\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)\ cm}$

$\boxed{v = 40\cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)\ cm/s}$

$\boxed{a = -400\sin\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)\ cm/s^2}$

④ تحقق أن:

$x = 4\sin\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$

$t = 0,\ x = +2\,cm$

$x = 4$ ، نعين الحل الموافق

$\Rightarrow 10t + \frac{5\pi}{6} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \boxed{t = (2k+1)\frac{\pi}{20} - \frac{\pi}{12}}$

$k = 1,\ t = \frac{\pi}{5}$ ، $k = 2,\ t = \frac{3\pi}{5}$

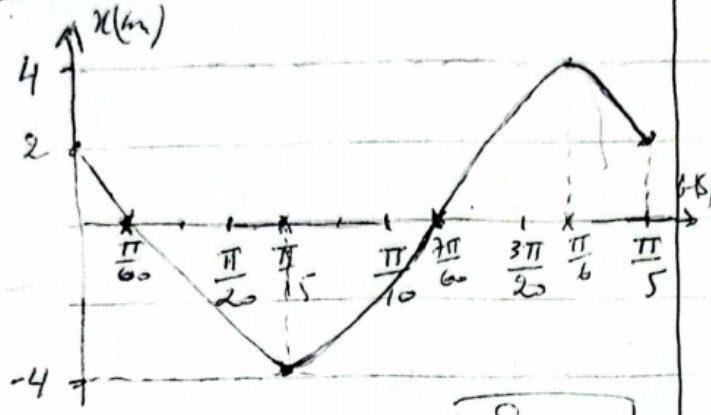
$n = 0$ نعين الحل الموافق

$\boxed{t = \frac{k\pi}{10} - \frac{\pi}{12}}$ $\quad k = 1,\ t = \frac{\pi}{60}$

$k = 2,\ t = \frac{7\pi}{60}$

(4) تابع للتمرين

t	0	$\frac{\pi}{60}$	$\frac{\pi}{15}$	$\frac{7\pi}{60}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{5}$
x	2	0	-4	0	+4	2



المسار 1

$v = 40\cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$, $v_{max} = 40\ cm/s$

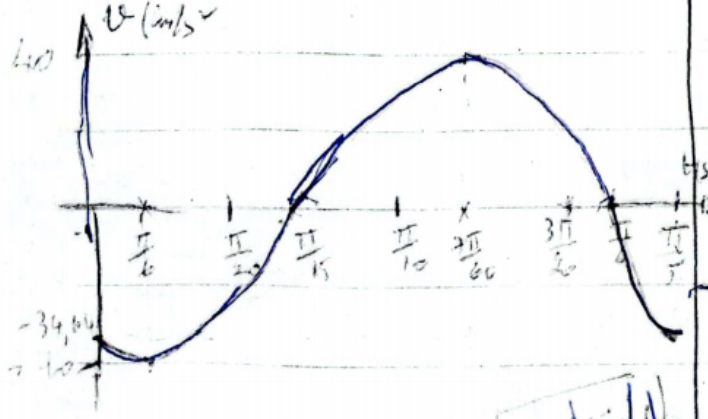
$v = 0 \Rightarrow t = (2k+1)\frac{\pi}{20} - \frac{\pi}{12}$; $t = 0 \Rightarrow v = -34{,}64$

$k = 1$, $t = \frac{\pi}{15}$, $k = 2$, $t = \frac{\pi}{6}$

$v = v_{max} \Rightarrow t = \frac{k\pi}{10} - \frac{\pi}{12}$

$k = 1$, $t = \frac{\pi}{60}$, $k = 2$, $t = \frac{3\pi}{60}$

t	0	$\frac{\pi}{60}$	$\frac{\pi}{15}$	$\frac{3\pi}{60}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{5}$
v	-34,64	-40	0	40	0	-34,64



المسار 1

$a = -100x$

نلاحظ أن المسار 1 هو مخطط الحركة

(5)

$\omega_1 = 10\ rad/s$ ①

$\omega_2 = \pi\ rad/s$ ②

① المتحرك الأسرع :

$\omega_1 < \omega_2 \Rightarrow T_1 > T_2$

والمتحرك ② أسرع من ①

الذي له دور أقل هو الأسرع

② بما أن :

$t = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow v > 0$

$x = A\sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow \varphi = \begin{cases} 0 & \rightarrow v > 0 \\ \pi & \rightarrow v < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$

$x_1 = 10\sin 10t$ cm

$x_2 = 10\sin \pi t$ cm

③ الزمن y في :

$x_1 = x_2$; $\sin\pi = 0$

$\pi t = 10t + 2\pi k$

$t = 2\pi k$

$k = 1 \Rightarrow t = 2\pi$