الفصل الرابع

المغناطيسية في الفراغ

في الطبيعة، بالإضافة إلى التفاعلات الكهربائية المدروسة في الفصول السابقة هناك أيضا التفاعلات المغناطيسية بين الجسيمات، و هي أقدم تفاعل عرفه الإنسان، فقد لوحظ منذ قرون أن هناك مواد موجودة في الطبيعة لها خاصية جذب برادة الحديد، تدعى بالمغناطيس مثل: أكسيد الحديد Fe_3O_4. يمكن للجسم أن يكتسب الخاصية السابقة، جذب برادة الحديد عن طريق التأثير أو دلكه بمغناطيس، و يسمى في هذه الحالة جسمًا ممغنطا.

تعني كلمة المغناطيس " السحر" و مصدرها من اسم مدينة في آسيا تدعى "مغنيزيا". يختلف التفاعل المغناطيسي تماما عن تفاعل الجاذبية و التفاعل الكهربائي.

1.4 خصائص المغناطيس

أجريت عدة تجارب منذ 1269م وضَّحت أنه ليست كل مناطق الجسم الممغنط متساوية الأثر، بل تتمركز في قطبين يسميان القطب الشمالي و القطب الجنوبي، و تعود تسمية الأقطاب إلى أنه لو علق قضيب مغناطيسي من وسطه، و كان بإمكانه التحرك بحرية في مستوٍ أفقي، فإنه سيدور حتى يؤشر قطبه الشمالي باتجاه القطب الجغرافي الشمالي للأرض، و قطبه الجنوبي باتجاه القطب الجنوبي الأرضي[5]. و أوضحت أيضا أن الأقطاب المتشابهة تتنافر، و الأقطاب المختلفة تتجاذب. تتواجد الأقطاب كأزواج لا يمكن عزلها، و مهما كانت المرات التي تقسم فيها المغناطيس إلى قسمين فإن كل قطعة تمتلك دائما قطبًا شماليًا و آخر جنوبيًا.

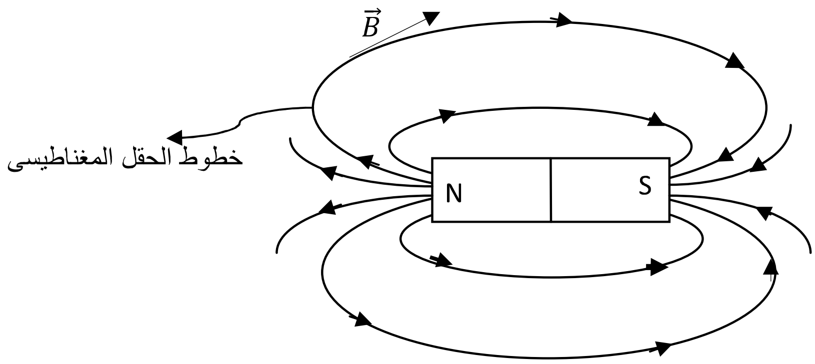
من خلال التشابه الكبير بين التفاعلات الكهربائية و التفاعلات المغناطيسية، تم تفسير الظواهر المغناطيسية من خلال التأثيرات الكهربائية، فدلك مطاط بالصوف يؤدي إلى شحنه،

---

[5] تعتبر الأرض مغناطيسا دائما كبيرا يعادل 10^{-4} تسلا، و بما أن الأقطاب تتجاذب إذا كانت مختلفة، و القطب الشمالي للمغناطيس ينجذب نحو القطب الشمالي الجغرافي للأرض، نستنتج ان القطب الجغرافي الجنوبي الأرضي هو الشمال لمغنطيس الأرض و الشمالي هو الجنوب للمغناطيس الأرضي.

موضوعيا أحدهما موجب و الثاني سالب، و بالتشابه يمكن أيضا مغنطة قطعة من الحديد غير ممغنطة بدلكها بمغناطيس أو بتقريبها من قطعة أخرى ممغنطة.

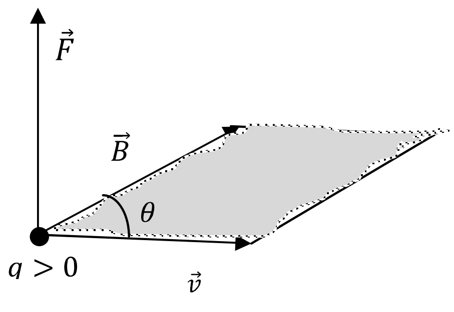
يتميز الفضاء المحيط بالمغناطيس بحقل يدعى الحقل المغناطيسي(*champ magnétique*) يرمز له بـ $\vec{B}$، اتجاهه هو الذي تؤشر عليه البوصلة، و هو مماسي في أي نقطة لخطوط الحقل المغناطيسي.



نتمكن من مشاهدة أهداب أو خطوط الحقل بنشر برادة الحديد حول المغناطيس، نلاحظ خطوطًا تشبه خطوط الحقل لثنائي القطب الكهربائي. إن دراسة التفاعل المغناطيسي ليست من البساطة مثل دراسة التفاعل الكهربائي، و سوف نبدأ بالحالة البسيطة دراسة شحنة منفردة متحركة ثم نعمم النتيجة على مجموعة من الشحنات متحركة، أي التيار.

2.4 القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة نقطية متحركة

أكدت التجارب التي أجريت على جسيمات مشحونة مختلفة متحركة تخضع الى حقل مغناطيسي $\vec{B}$ أن :



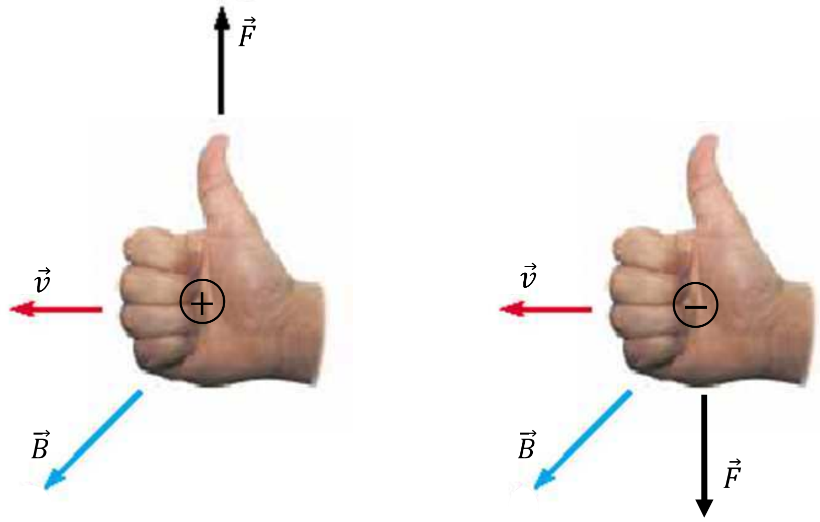
- ✓ مقدار القوة المغناطيسية (*force magnétique*) $\vec{F}$ المؤثرة على جسم مشحون تتناسب مع شحنته q و سرعته v، حيث تعطَى طويلة القوة :

$$F = qvBsin(\vec{v}, \vec{B}) = qvBsin\theta$$

- ✓ القوة المغناطيسية $\vec{F}$ متعامدة مع شعاع السرعة و شعاع الحقل المغناطيسي في آن واحد، أي:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad (1)$$

- ✓ لتعيين الاتجاه نطبق قاعدة اليد اليمنى.



- ✓ تبلغ القوة المغناطيسية قيمتها العظمى عند $\theta = \frac{\theta}{2}$، أي $F = qvB$
- ✓ وحدة الحقل المغناطيسي في النظام الدولي هي التسلا حيث: $T = Ns/Cm$

3.4 اختلافات بين القوة الكهربائية و القوة المغناطيسية

رغم أوجه الشبه الكبير بين القوة الكهربائية و القوة المغناطيسية إلا أنه أيضا هناك اختلاف:

- ✓ تعمل القوة الكهربائية باتجاه الحقل الكهربائي، بينما تعمل القوة المغناطيسية عموديا على الحقل المغناطيسي.
- ✓ تعمل القوة الكهربائية على جسم مشحون بغض النظر عن حركة أو سكون هذا الجسم، بينما تعمل القوة المغناطيسية على جسم مشحون فقط عندما يكون متحركا.
- ✓ تنجز القوة الكهربائية عملا في إزاحة الجسم المشحون، بينما لا تنجز القوة المغناطيسية للحقل المغناطيسي المستقر أي عملٍ عندما ينزاح الجسم.

ملاحظة:

- ✓ عندما يخضع جسم مشحون إلى حقل كهربائي و حقل مغناطيسي معا فسوف يخضع إلى قوة لورنتز: $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$.
- ✓ القوة المغناطيسية هي قوة مركزية. نأخذ الحالة $\vec{B} \perp \vec{v}$ أي:

$$F = m\frac{v^2}{\rho} = qvB \quad \Rightarrow \rho = \frac{mv}{qB} = \frac{v}{\omega}$$

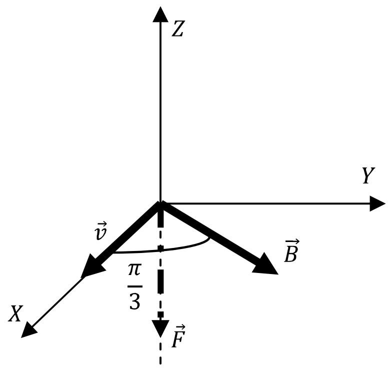
حركة دائرية منتظمة نصف قطرها ρ و سرعتها الزاوية $\omega = \frac{qB}{m}$، و تسمى تردد السيكلوترون.

مثال 1: القوة المغناطيسية المؤثرة على إلكترون.

يتحرك إلكترون باتجاه المحور OX بسرعة $8 \times 10^6 \mathrm{m/s}$ و يخضع إلى حقل مغناطيسي قيمته $0{,}025\mathrm{T}$ يصنع زاوية $\frac{\pi}{3}$ مع المحور OX، و يقع في المستوي OXY. أحسب القوة المغناطيسية و التسارع للإلكترون.

الحل:

القوة المغناطيسية :



$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

اتجاه الجداء الشعاعي محمول على المحور OZ الموجب لكن القوة تأخذ الاتجاه السالب، لأن شحنة الإلكترون سالبة:

$$\vec{F} = -F\vec{k}$$

$$F = evB \sin\frac{\pi}{3}$$

$$= 1{,}6 \times 10^{-19}. 8 \times 10^6. 0{,}025. \sin\frac{\pi}{3} = 2{,}8 \times 10^{-14}\mathrm{N}$$

التسارع:

$$\gamma = \frac{F}{m_e} = \frac{2{,}8 \times 10^{-14}(N)}{9{,}11 \times 10^{-31}(kg)} = 0{,}31 \times 10^{17}\mathrm{ms^{-2}}$$

4.4 القوة المغناطيسية المؤثرة على تيار كهربائي– قوة لابلاس

التيار الكهربائي عبارة عن سريان لشحنات كهربائية، إذا وضع هذا التيار تحت تأثير حقل مغناطيسي فسيعاني من قوة مغناطيسية. لدينا من الفصل السابق أن كثافة التيار المعرفة بالشحنة المارة في وحدة الزمن عبر وحدة المساحة:

$$\vec{\imath} = nq\vec{v}$$

إذا كان لدينا S مقطع ناقل عمودي على $\vec{i}$ فيكون

$$I = Si = n.S.qv$$

إذا كان هذا الناقل موجودًا في حقل مغناطيسي $\vec{B}$ فإن القوة المؤثرة على وحدة الحجم:

$$\vec{f} = nq\vec{v} \times \vec{B} = \vec{i} \times \vec{B}$$

فالقوة الكلية المؤثرة على عنصر الطول $d\vec{l}$:

$$d\vec{F} = \vec{f}Sdl = Sdl\vec{i} \times \vec{B} = Id\vec{l} \times \vec{B} \qquad (2)$$

و القوة الكلية:

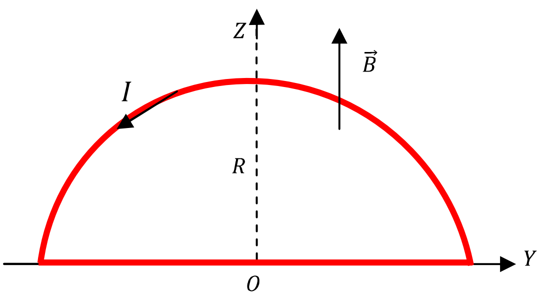
$$\vec{F} = I \int_{\text{طول الدارة}} d\vec{l} \times \vec{B}$$

تسمى هذه العلاقة بقانون لابلاس (*loi de Laplace*).

ملاحظة: محصلة القوة المغناطيسية على أي دارة مغلقة موجودة تحت تأثير حقل مغناطيسي منتظم تكون معدومة.

مثال 2: القوة المغناطيسية المؤثرة على سلك دائري.

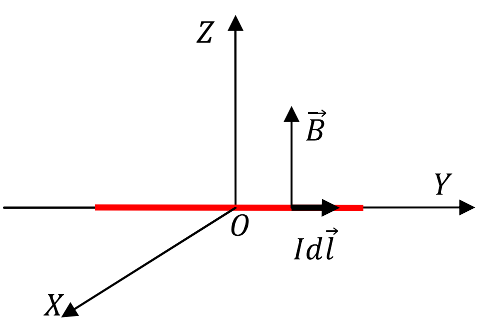
سلك على شكل نصف دائرة مغلقة نصف قطرها R، يمر به تيار كهربائي I، وتقع في حقل مغناطيسي $\vec{B}$ منتظم موجه نحو المحور OZ الموجب، كما هو موضح في الشكل.



أوجد اتجاه و مقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على الجزء المستقيم ثم الجزء المنحني من الدارة. استنتج القوة الكلية على كامل السلك.

الحل:

القوة المغناطيسية على الجزء المستقيم: نطبق قانون لابلاس:

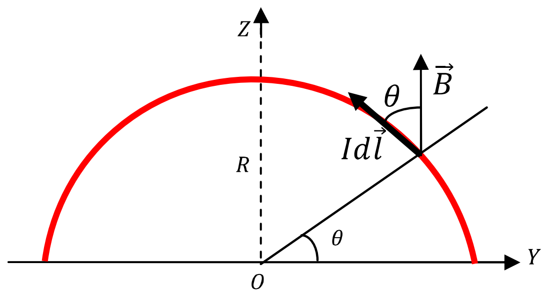


$$d\vec{F}_1 = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

اتجاه القوة نحو OX الموجب و طويلتها تعطَى:

$$dF_1 = IB\sin\frac{\pi}{2}dl \rightarrow F_1 = IB\int_{-R}^{R} dl$$

$$\vec{F}_1 = 2RIB\vec{\imath}$$



القوة المغناطيسية المؤثرة على الجزء المنحني:

$$d\vec{F}_2 = Id\vec{l} \times \vec{\mathrm{B}}$$

اتجاه القوة على الجزء المنحني نحو OX السالب :

$$dF_2 = IB\sin\theta\, dl$$

$$F_2 = IBR\int_{0}^{\pi}\sin\theta\, d\theta$$

$$= IBR[-\cos\theta]_0^{\pi}$$

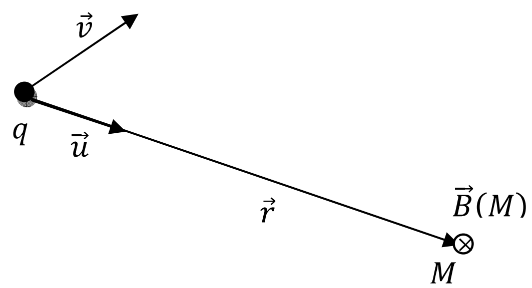
$$\vec{F}_2 = -2RIB\vec{\imath}$$

القوة المغناطيسية الكلية:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

5.4 الحقل المغناطيسي الناشئ عن شحنة نقطية متحركة

الحقل المغناطيسي الناشئ في النقطة M من طرف شحنة نقطية q تتحرك بسرعة $\vec{v}$ يعطى بالعلاقة التالية:



$$\vec{\mathrm{B}}\,(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{u}}{r^2}$$

حيث: $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$.

الثابت μ_0 يسمى نفاذية الفراغ أو السماحية (*perméabilité du vide*)، وتساوي $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} T.m.A^{-1}$ وتتعلق بـ ε_0 بالعلاقة $\mu_0\varepsilon_0 C^2 = 1$.

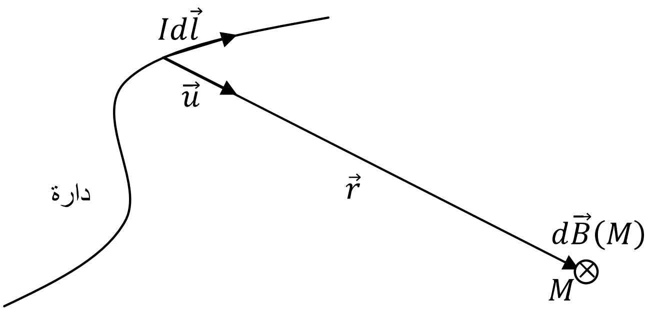
6.4 الحقل المغناطيسي الناتج عن مجموعة من الشحنات النقطية المتحركة

ليكن لدينا N شحنة نقطية q_i تتحرك بسرعة $\vec{v}_i$، بتطبيق مبدأ التجميع، يكون الحقل المغناطيسي الناتج في النقطة M نتيجة لهذه الشحن هو المجموع الشعاعي للحقول:

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i\vec{v}_i \times \vec{u}_i}{r_i^2}$$

7.4 الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار كهربائي –قانون بيووسافار

ليكن لدينا عنصر طول من الدارة dl متميز بالمتجه $d\vec{l}$، يولد هذا العنصر في نقطة M حقلًا مغناطيسيا عنصريًا $d\vec{B}$ يعطى بقانون بيو وسفار (*loi de Biot et Savard*):

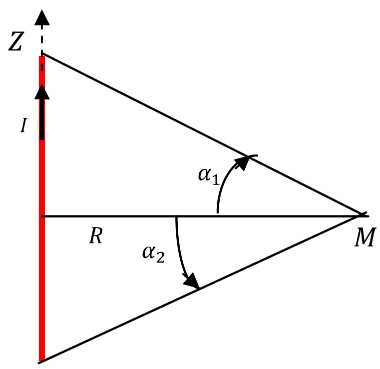


$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

و يُعطى الحقل الكلي $\vec{B}$ في النقطة M الناشئ عن كل الدارة :

$$\vec{B}(M) = \int_{\text{دارة}} d\vec{B}\,(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\text{دارة}}\frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

مثال.3: الحقل المغناطيسي الناتج على سلك ناقل حامل للتيار.

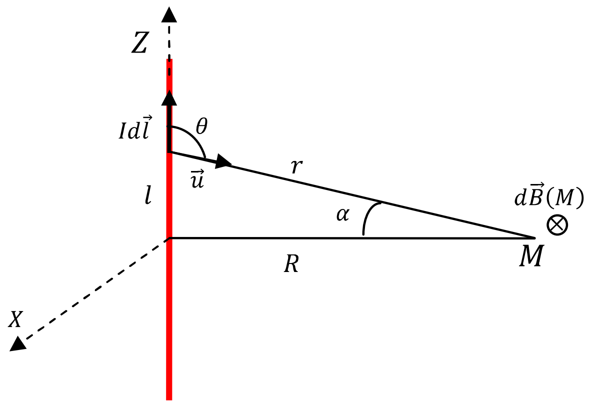


1. أحسب الحقل المغناطيسي الناتج عن جزء من سلك ناقل يمر به تيار I في نقطة M تبعد مسافة R عن السلك و α_1 و α_2 الزاويتان المحددتان لشكل السلك بالنسبة لهذه النقطة.

2. استنتج الحقل المغناطيسي في حالة سلك لانهائي الطول.

3.باستعمال نتيجة السؤال الأول أوجد الحقل الناشئ في مركز مربع طول ضلعه a، يحمل تيارًا I.

الحل:



1. حسب قانون بيووسافار

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

الحقول المغناطيسية العنصرية لها الحامل نفسه و الاتجاه نفسه، و منه $\vec{B}$ موجها وفق المحور OX السالب:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

لدينا:

$$\theta = \alpha + \frac{\pi}{2}\ , \tan\alpha = \frac{l}{R} \Longrightarrow dl = \frac{R}{\cos^2\alpha}d\alpha$$

$$\sin\theta = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha\ ; \qquad \cos\alpha = \frac{R}{r} \Longrightarrow r = \frac{R}{\cos\alpha}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cos\alpha\, d\alpha \Rightarrow$$

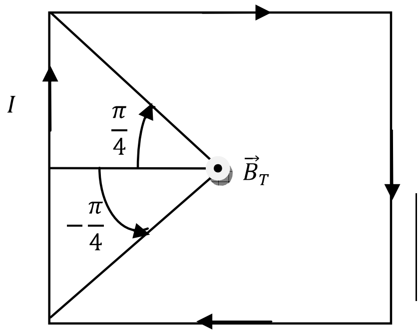
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\alpha_2}^{\alpha_1}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2)$$

2. بالنسبة لسلك لانهائي الطول $\alpha_2 = -\frac{\pi}{2}$ و $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

3. بالنسبة للمربع، نحسب الحقل المغناطيسي الناتج عن ضلع واحد في مركز المربع: $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$ و $\alpha_2 = -\frac{\pi}{4}$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\frac{\pi}{4} - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\sqrt{2}$$



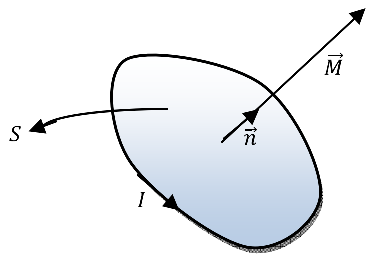
ثم نقوم بالجمع الشعاعي للحقول للأضلع الأربعة:

$$B_T = 4B_1 \ \rightarrow B_T = \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{\pi a}$$

8.4 ثنائي القطب المغناطيسي

ثنائي القطب المغناطيسي هو دارة صغيرة مساحتها S غير محددة الشكل يعبرها تيار I .

نعرف عزم ثنائي القطب المغناطيسي (*moment magnétique dipolaire*):



$$\vec{M} = I\vec{S} = IS\vec{n}$$

إذا وضعت هذه الدارة في مجال مغناطيسي $\vec{B}$ خارجي فإنها ستخضع لمزدوجة قوى مغناطيسية (*couple magnétique*)، يُعطَى عزمها بالعلاقة التالية:

$$\vec{L} = \vec{M} \times \vec{B}$$

و الطاقة الكامنة للتفاعل بين هذه الدارة و الحقل المغناطيسي الخارجي:

$$E_P = -\vec{M}.\vec{B}$$

من هذه العلاقة، نجد أن ثنائي القطب المغناطيسي يمتلك أقل قيمة للطاقة الكامنة للتفاعل مع الحقل المغناطيسي الخارجي و تساوي $(-MB)$، حيث إن $\vec{M}$ موازي و بالاتجاه نفسه مع $\vec{B}$. و إن ثنائي القطب يمتلك اعظم قيمة للطاقة و تساوي $(+MB)$ حيث إن $\vec{M}$ موازي و باتجاه معاكس إلى $\vec{B}$.

ملاحظات:

- ✓ العلاقات السابقة تشبه العلاقات الخاصة بثنائي القطب الكهربائي.
- ✓ إذا كانت الدارة مكونة من N لفة، كل منها يحمل التيار نفسه و المساحة نفسها، فإن العزم يعطى: $\vec{L} = N\vec{M} \times \vec{B}$.

مثال 4: عزم مزدوجة لسلك مربع.

سلك مربع طول ضلعه $a = 20\text{cm}$ يتكون من 5 لفات ويحمل تيارًا $I = 2\text{A}$، وضع بحيث يصنع الناظم على مستواه زاوية $37°$ مع متجه حقل مغناطيسي منتظم شدته $B = 0.5\text{T}$.

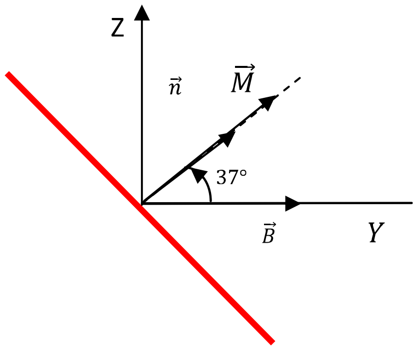
أحسب:

1. عزم مزدوجة القوى المؤثرة على الدارة.

2. العمل اللازم لإدارة المربع إلى وضع الطاقة الصغرى.

الحل:

بسبب امتلاك الدارة 5 لفات، يُعطَى عزم ثنائي القطب المغناطيسي:



$$\vec{M} = 5IS\vec{n} = 5IS(\cos 37°\,\vec{j} + \sin 37°\,\vec{k})$$
$$\vec{M} = 5(2\text{A})(0.04\text{m}^2)(\cos 37°\,\vec{j} + \sin 37°\,\vec{k})$$
$$= 0{,}32\vec{j} + 0{,}24\vec{k}$$
$$|\vec{M}| = 0.4\ \text{Am}^2$$

يُعطى عزم المزدوجة:

$$\vec{L} = \vec{M} \times \vec{B} = (0{,}32\vec{j} + 0{,}24\vec{k}) \times (0{,}5\vec{j}) = -0{,}12\vec{\imath}$$
$$L = MB\sin 37° = 0{,}12\ \text{Nm}$$

الطاقة الكامنة للتفاعل بين الدارة و الحقل المغناطيسي تعطى في هذه الحالة:

$$E_{pi} = -\vec{M}\cdot\vec{B} = -MB\cos 37° = -0{,}16\ \text{J}$$

الطاقة الكامنة الصغرى:

$$E_p^{\min} = E_{pf} = -\vec{M}\cdot\vec{B} = -MB = -0{,}2\ \text{J}$$

العمل اللازم لإدارة الدارة:

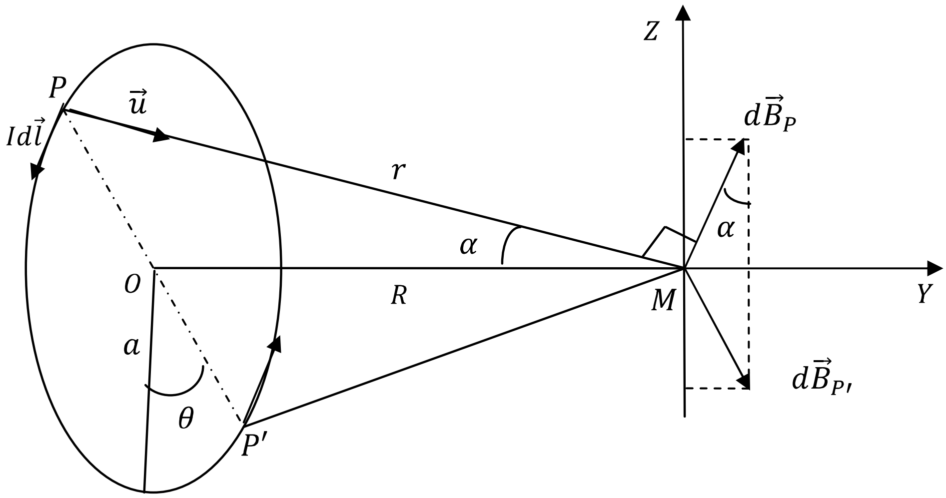
$$W = -\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = (-MB\cos 37°) - (-MB) = 0.04\ \text{J}$$

مثال5: الحقل المغناطيسي المتولد عن حلقة تيار.

لنعتبر تيارا دائريا نصف قطره a، لنحسب الحقل المغناطيسي في نقطة M موجودة على محور الحلقة.

الحل:

كل عنصر $d\vec{l}$ من الدارة يولد في النقطة M حقلًا عنصريًا $d\vec{B}$:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{Id\vec{l}\times\vec{u}}{r^2},\;\; dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{Idl\sin\left(d\vec{l},\vec{u}\right)}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{Idl}{r^2}$$

حيث: $\left(\widehat{d\vec{l},\vec{u}}\right) = \frac{\pi}{2}$.

بالإسقاط نجد أن الحقل المغناطيسي:

$$d\vec{B}(M) = dB_y\vec{j} + dB_z\vec{j} = dB\sin\alpha\,\vec{j} + dB\cos\alpha\,\vec{k}$$

بفعل التناظر تنعدم مركبة الحقل المغناطيسي على المحور OZ:

$$d\vec{B}(M) = dB\sin\alpha\,\vec{j} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha\,\vec{j}$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{r} \quad ,\; r^2 = a^2 + R^2 \;,\; dl = ad\theta$$

$$B(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\;\frac{Ia^2}{\left(a^2+R^2\right)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\mu_0 Ia^2}{2\left(a^2+R^2\right)^{3/2}}$$

إذا كانت لدينا وشيعة مسطحة عدد لفاتها N :

$$B(M) = \frac{N\mu_0 Ia^2}{2\left(a^2+R^2\right)^{3/2}}$$

الحقل المغناطيسي في مركز الحلقة أي $R = 0$:

$$B(O) = \frac{N\mu_0 I}{2a}$$

يكتب الحقل المغناطيسي بدلالة عزم المزدوجة:

$$\vec{M} = I\vec{S} = I\pi a^2\vec{j}$$

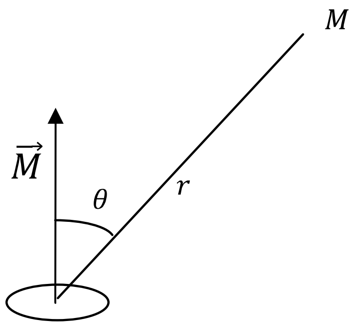
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{M}}{2\pi(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

إذا كانت أبعاد الدارة صغيرة جدًا، أي $a << R$ فإن الحقل المغناطيسي في اتجاه العزم $\vec{M}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\vec{M}}{R^3}$$

ملاحظة:

هناك تشابه بين ثنائي القطب الكهربائي و ثنائي القطب المغناطيسي، لذلك يمكن كتابة علاقة الحقل المغناطيسي الناتج عن ثنائي المغناطيسي في نقطة خارج المحور تمثل في المعلم القطبي بـ $M(r, \theta)$:

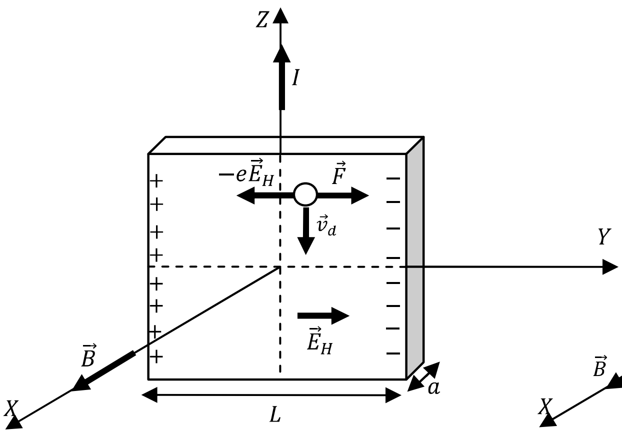


$$\vec{B} = \begin{cases} B_r = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M\cos\theta}{r^3} \\ B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{M\sin\theta}{r^3} \end{cases}$$

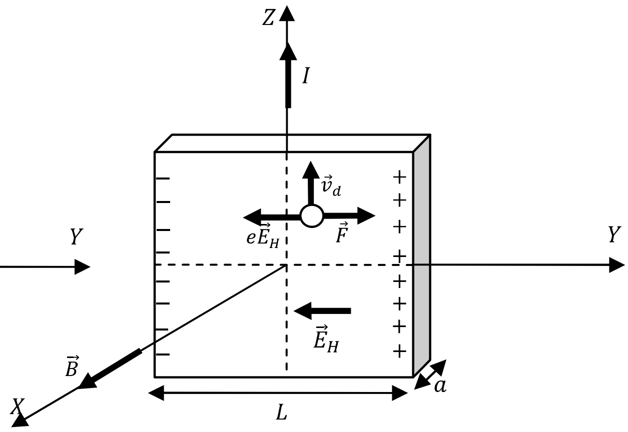
فقرة اختيارية للفصل الرابع

فعل هول

أكتشف هذا الفعل من طرف هول (*Edwin Hall* 1855-1938) سنة 1879. و يتمثل في أنه لو وضعت صفيحة معدنية تحت تأثير حقل مغناطيسي عمودي عليها، و يمر في اتجاه طولها تيار كهربائي سيحصل انحراف الشحنة إلى أحد جوانب الصفيحة، أي ظهور فرق كمون بين حافتيها. يوفر فعل هول معلومات حول إشارة الشحنة و كثافتها.



الشكل (1)



الشكل (2)

لنعتبر التيار يسري في الصفيحة في اتجاه OZ الموجب و لنعتبر أن الشحنة هي الإلكترونات (سالبة). عند تطبيق حقل مغناطيسي عمودي على الصفيحة، أي في اتجاه OX الموجب، أنظر إلى الشكل (1) فإن الإلكترونات ستخضع إلى قوة مغناطيسية تعطى:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = (-e)(-v_d\vec{k}) \times (B\vec{\imath})$$

$$\vec{F} = ev_dB\vec{\jmath}$$

أي أن الإلكترونات التي كانت تنتقل بسرعة متوسطة $\vec{v}_d$ في اتجاه المحور OZ السالب ستنحرف و تتجمع عند الجانب الأيمن للصفيحة (OY الموجب)، بعد تعرضها إلى قوة مغناطيسية، و بذلك يصبح الجانب الأيمن سالبًا و الجانب الأيسر موجبًا، و ينشأ حقل كهربائي مواز للمحور OY الموجب (حقل هول E_H)، و يزداد تجمع الشحنات عند حافتي الصفيحة حتى تتزن القوة

المغناطيسية و القوة الكهربائية الناتجة عن فصل الشحنات، عندها يمكن حساب فرق كمون بين طرفي الصفيحة (كمون هول V_H). تسمى هذه الظاهرة بفعل هول السالب الذي يظهر عند أغلبية المعادن الاعتيادية مثل: الذهب، النحاس.

في بعض الحالات كمعدن الكوبلت و الحديد (أنصاف النواقل) يظهر فعل هول معاكس للحالة السابقة، يسمى فعل هول الموجب، أنظر الشكل (2)، و ذلك بسبب أن حاملات الشحنة موجبة $(+e)$ و تصبح القوة:

$$\vec{F} = (+e)(v_d\vec{k}) \times (B\vec{\imath})$$

$$\vec{F} = ev_dB\vec{\jmath}$$

أي الشحنات الموجبة تنزاح إلى الجانب الأيمن و يصبح الأيسر سالبًا و الحقل الكهربائي في اتجاه OY السالب.

يسمح فعل هول بتحديد إشارة حاملات الشحنة في النواقل، و أيضا بتعيين كثافة حاملات الشحنة n في وحدة الحجم، فعند التوازن تتساوى القوة المغناطيسية و القوة الكهربائية:

$$eE_H = ev_dB \to v_d = \frac{E_H}{B} \,, \qquad E_H = \frac{V_H}{L}$$

$$v_d = \frac{V_H}{BL}$$

يُعطَى التيار الكهربائي بدلالة كثافة الشحنات و المقطع العرضي للصفيحة:

$$I = iS = nev_dLa$$

بتعويض قيمة السرعة المتوسطة نجد أن كثافة الشحنات تعطى:

$$n = \frac{IB}{eaV_H}$$

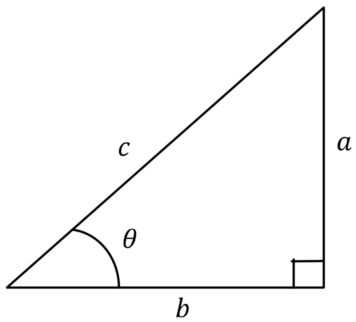
تكون مساوية تقريبا عدد إلكترونات التوصيل لوحدة الحجم، و هي في حدود $10^{20}/\mathrm{m}^3$ للمعادن الاعتيادية.

الملحق الأول

العلاقات المثلثية و حساب التفاضل و التكامل

العلاقات المثلثية

في المثلث القائم الموضح في الشكل، تعرف الدوال المثلثية كما يلي:



$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{a}{c} \quad ; \quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{c} \quad ; \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{a}{b} \quad ; \quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

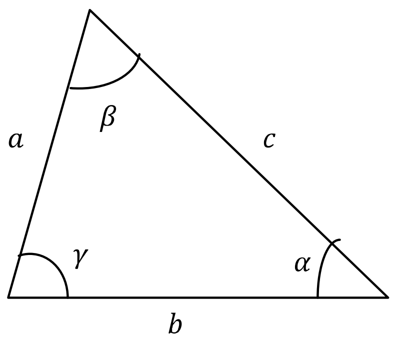
من خلال نظرية فيثاغورس *Pythagore* ،

$$c^2 = a^2 + b^2$$

نحصل على العلاقة المثلثية المعروفة:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

في المثلث الكيفي الموضح في الشكل هناك علاقتان مهمتان:



قانون الجيوب تمام:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

قانون الجيوب:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

تذكر أن: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$