الكهرباء المتحركة

III/(ELECTROCINÉTIQUE)

مقياس: الكهرباء1 - ف122 - السنة أولى علوم دقيقة

(تـــــــابـــــــع)

الدكتورة باباغيو فتيحة

F.BABAG

الفهرس الشبكات الكهربائية

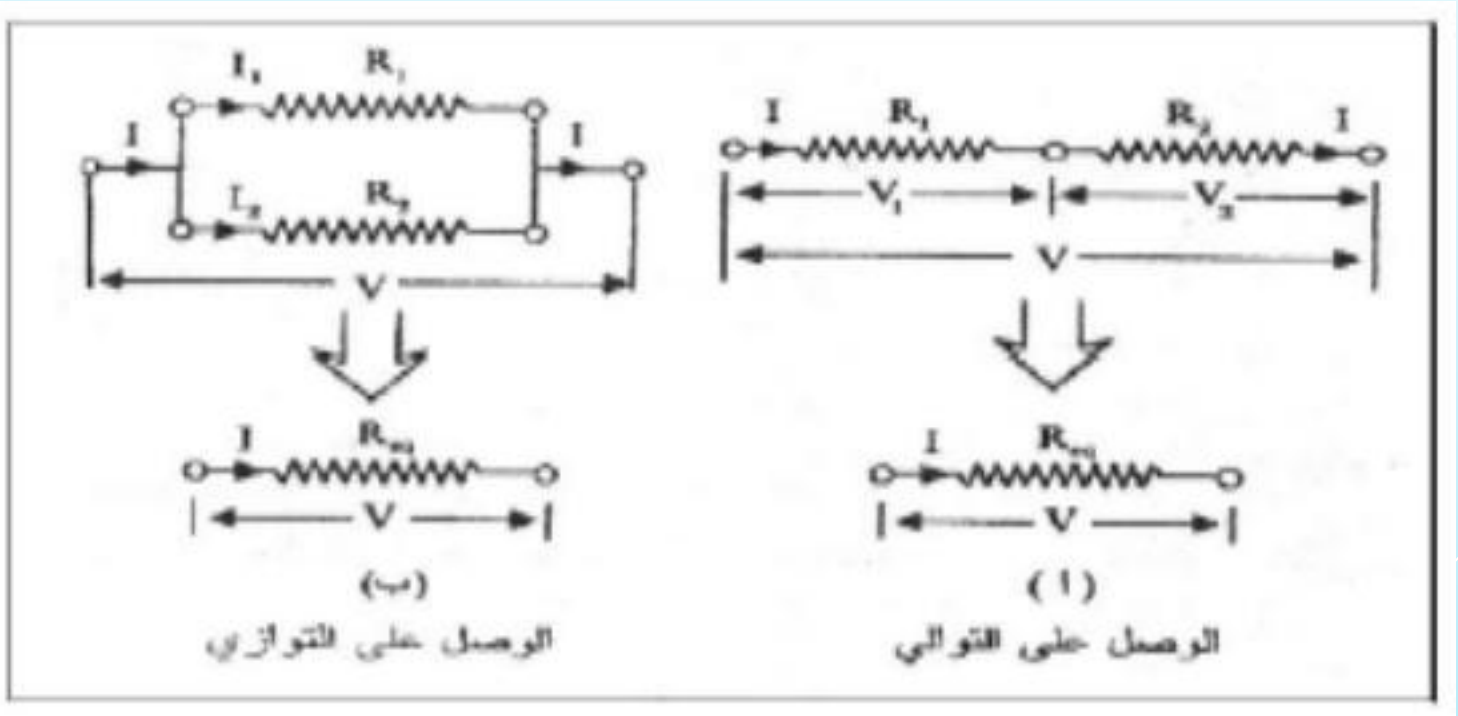
1) الدارات الكهربائية
2) ضم المقاومات
3) عناصر الدارة الكهربائية
4) القوة المحركة الكهربائية
5) تطبيق قانون اوم على دارة مغلقة
6) القوة المضادة للقوة المحركة الكهربائية لعنصر استقبال
7) قانون كيرتشوف.

F.BABAG

1) الدارات الكهربائية

تتكون الدارات الكهربائية من خليط من العناصر الفعالة والعناصر غير الفعالة الموصولة بشكل تسلسلي أو تفرعي أو مختلط. في هذا الفصل سنتطرق إلى العناصر الخطية التي تخضع لقانون أوم، والتي تعتبر فيها القوة الدافعة الكهربائية إن وجدت ثابتة.

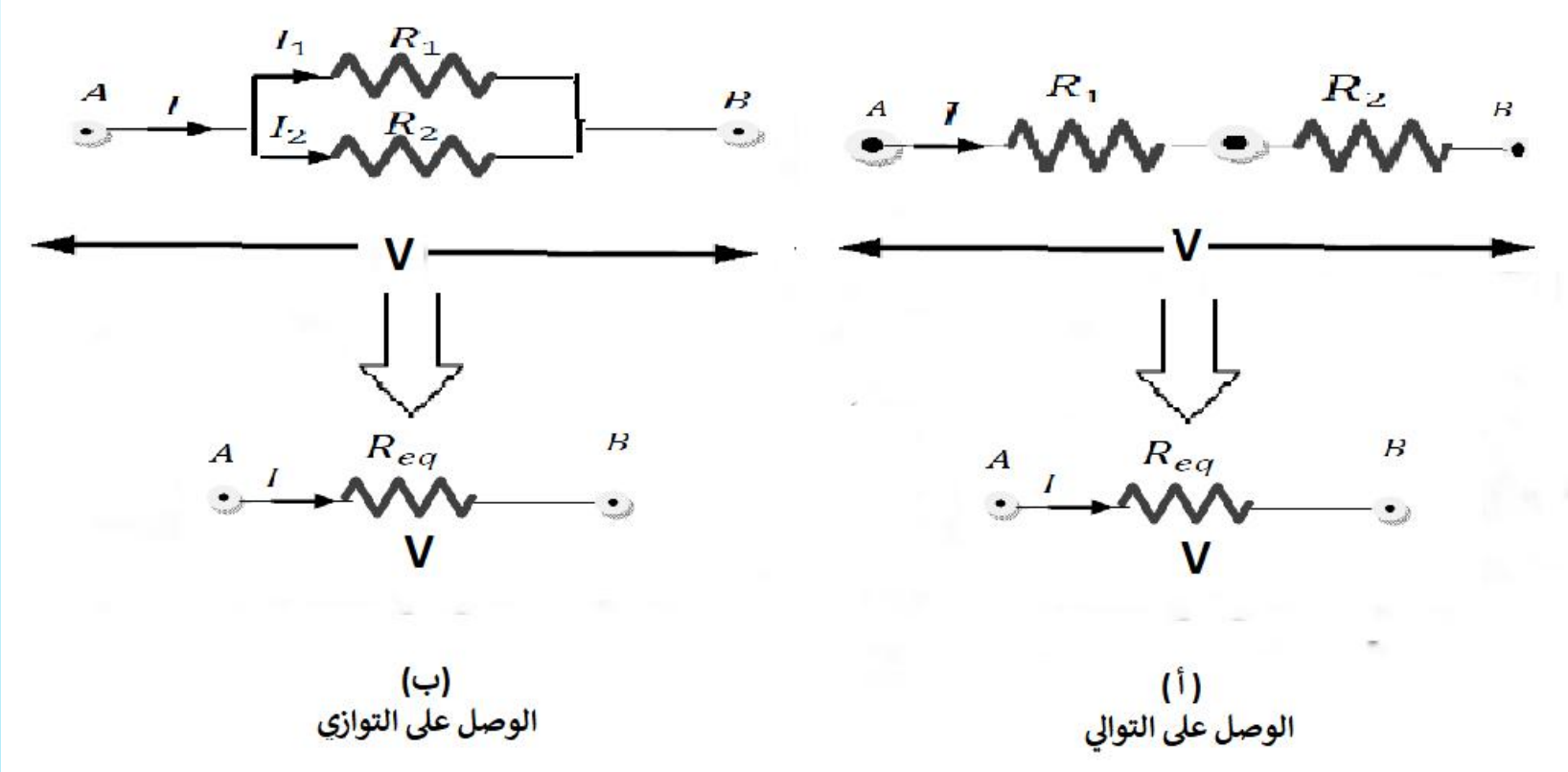
تعالج الشبكات في هذا المستوى بقانوني كيرشوف، وتتوقف المسألة حينئذ على حساب التيار في كل فرع وكذلك فرق الكمون بين طرفي كل عنصر. وقبل ذلك نعرج على طرق تبسيط الشبكات بضم المقاومات.



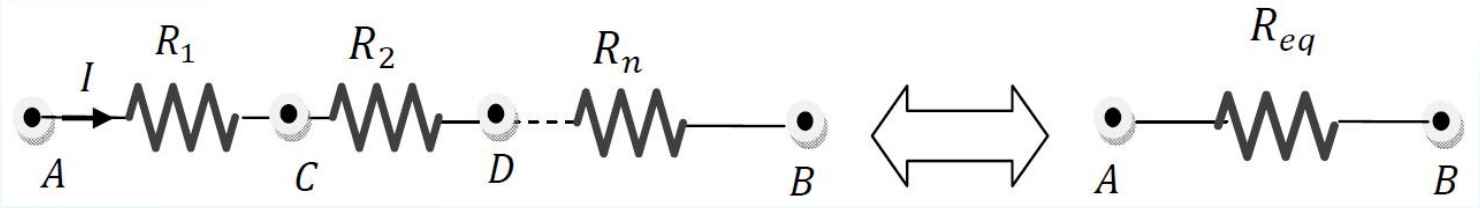
2) ضم المقاومات

المقاومة المكافئة R_{eq} هي المقاومة البديلة لمجموعة من المقاومات بحيث تعمل عملها أي يمر فيها نفس التيار وتستهلك نفس الطاقة.
يبين الشكل التالي مثاليين لهذه الطريقة.

وفي كلتا الحالتين يراد إيجاد Req والتي عند وصلها مع مصدر طاقة (بطارية) تعطي نفس التيار المسحوب من المصدر مثل مجموعة المقاومات.



1-2) الوصل على التسلسل أو التوالي groupement en série



يمكن إيجاد المقاومة المكافئة R_{eq} للمقاومات R_1، R_2، ...، R_n الموصولة على التوالي من التحليل التالي: يسري في المقاومات التيار نفسه و فرق الكمون هو مجموع فروق الكمونات.

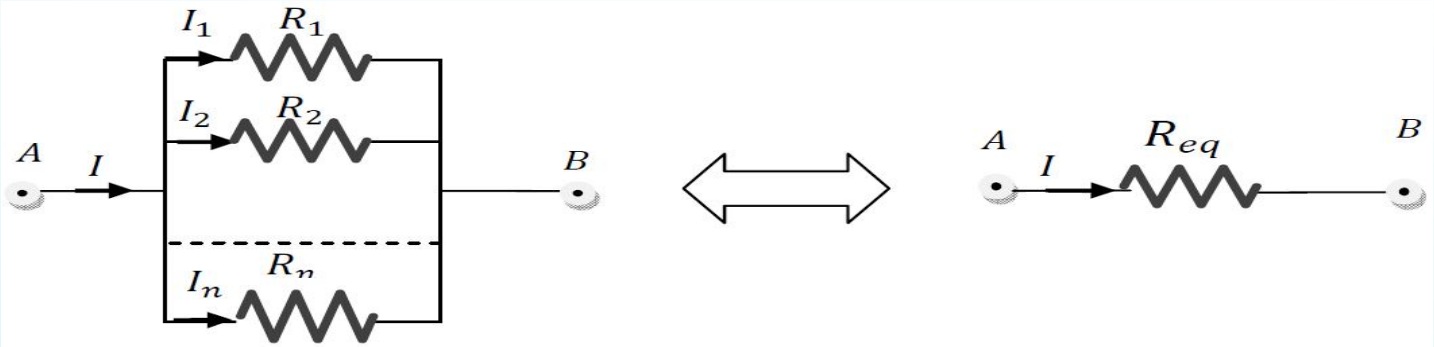
$$V_A - V_B = (V_A - VC) + (V_C - V_D) + \ldots = R_1 I + R_2 I + \ldots + R_n I = R_{eq} I$$

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

مما يعني أن R_{eq} تزيد بزيادة عدد المقاومات عند وصلها على التوالي وتكون المقاومة المكافئة أكبر من المقاومات الموصولة على التوالي.

F.BABAG

2-2) الوصل على التوازي أو التفرع *groupement en parallèle*



كل االمقاومات لها فرق الكمون نفسه: $V_1 = V_2 = \ldots = V = V_n$

المقاومة االمكافئة تحمل تيارا:

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \ldots + \frac{V}{R_n} = V \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} = \frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow \quad \frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

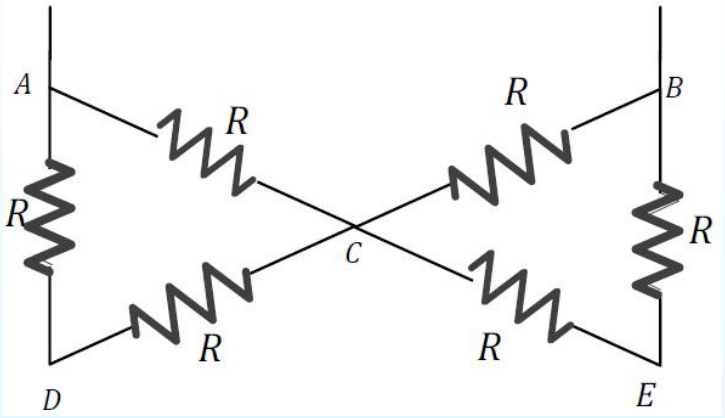
3-2) خصائص التوصيل

التوصيل على التسلسل	التوصيل على التوازي
$I=I_1=I_2=I_3=\ldots=I_n$ $V=V_1+V_2+\ldots+V_n$ $R_{eq}=R_1+R_2+\ldots+R_n$	$I=I_1+I_2+I_3+\ldots+I_n$ $V=V_1=V_2=\ldots=V_n$ $1/R_{eq}=1/R_1+1/R_2+\ldots+1/R_n$

الدكتورة باباغيو فتيحة

F.BABAG

مثال : المقاومة المكافئة : في الشكل التالي كل مقاومة R تساوي 3Ω :

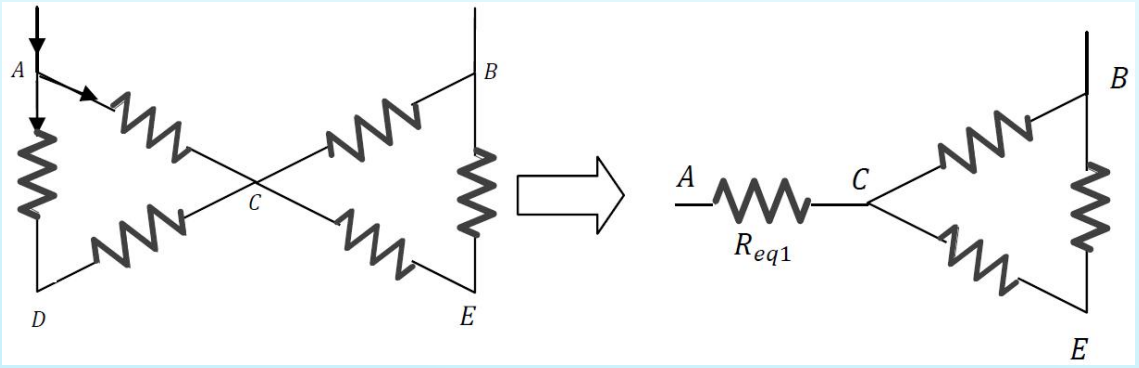


أحسب المقاومة المكافئة بين A و B

الحل :

المقاومة بين النقطتين A و D و المقاومة بين النقطتين D و C موجودتان على التسلسل ، فالمقاومة المكافئة لهما R'_{eq1} :

$$R'_{eq1} = 3+3 = 6\Omega$$



المقاومة بين النقطتين A و C و المقاومة R'_{eq1} موجودتان على التفرع، فالمقاومة المكافئة لهما R_{eq1} :

$$R_{eq1} = \left(\frac{1}{R'_{eq1}} + \frac{1}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^{-1} = 2\Omega$$

بالطريقة نفسها نحصل على المقاومة المكافئة بين النقطتين CB و تكون أيضا 2Ω.

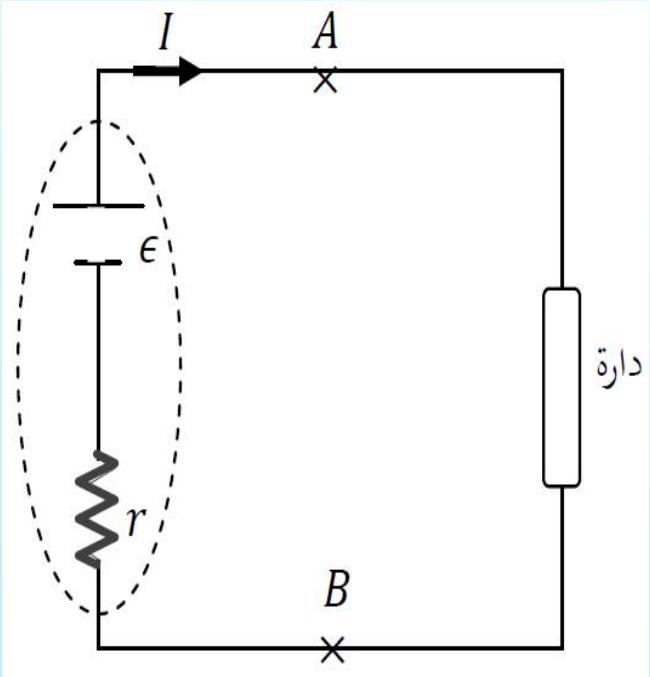
و منه المقاومة المكافئة بين النقطتين A و B :

$$R_{eq} = R_{eq1} + R_{eq2} = 2 + 2 = 4\Omega$$

F.BABAG

4) القوة المحركة الكهربائية

أصل القوة المحركة الكهربائية force électromotrice في دارة تيار مستمر يكون ناتجا عن بعض الآليات التي تنقل حاملات الشحنة داخل المولد في اتجاه معاكس لاتجاه القوة الكهربائية المؤثرة على حاملات الشحنة. القوة المحركة الكهربائية هي فرق الكمون المعطى من طرف المولد. وحدتها الفولط، و يعبر عنها باختصار ق.م. ك (f,e,m) سنرمز لها في الشبكات بـ ϵ.



في الواقع يمثل المولد بدارة مكافئة تتكون من قوة محركة كهربائية ϵ موصولة على التسلسل مع مقاومة تسمى المقاومة الداخلية للمولد. عندما نوصل بين طرفي هذا المولد دارة خارجية، فإن تيارا I يمر في الدارة. يمكن التعبير عن موازنة الطاقة بمفهوم الاستطاعة:

$$\epsilon I = (V_A - V_B) + rI^2$$

- الاستطاعة المقدمة من طرف المولد: $P = \epsilon I$
- الاستطاعة المستهلكةفي الدارة الخارجية : $P=(V_A-V_B).I$.
- الاستطاعة المستهلكة في المولد : $P=rI^2$.

الجهد (الكمون) المستعمل بين طرفي المولد:

$$V_A - V_B = \epsilon - rI$$

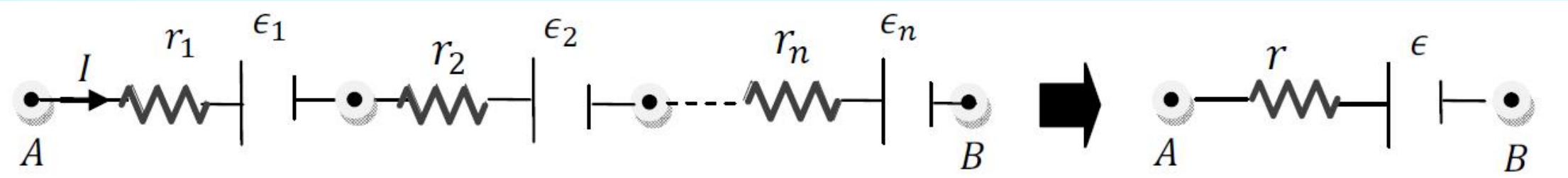
نعرف مردود المولد على أنه النسبة بين الاستطاعة المستعملة في الدارة الخارجية و الاستطاعة الكهربائية المقدمة من طرف المولد، أي :

$$Ren = \frac{(V_A - V_B)I}{\epsilon I} = \frac{(V_A - V_B)}{\epsilon} \leq 1$$

F.BABAG

ملاحظات :

- ✓ يكون المولد أكثر فعالية (المردود يقترب من 1) عندما يكون فرق الكمون بين طرفي مقاومته الداخلية "r" صغير جدا أو مهملة أمام قوته المحركة الكهربائية ϵ.
- ✓ عندما تكون المقاومة الداخلية للمولد كبيرة جدا أمام مقاومة الدارة المستخدمة فان المولد يصبح مولدا للتيارو يعطى تيارا ثابتا و ذلك مهما كانت مقاومة الدارة الخارجية.
- ✓ نقول عن مولدين أنهما على التسلسل إذا مر فيهما التيار نفسه و كان القطب الموجب (+) لأحدهما موصولا بالقطب السالب (-) للآخر.



$$\epsilon = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i \quad , \quad r = \sum_{i=1}^{n} r_i$$

F.BABAG

5) تطبيق قانون أوم على دارة مغلقة

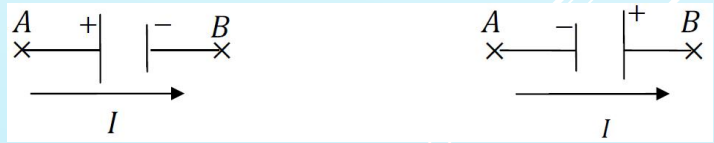
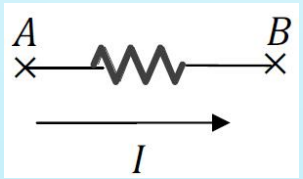
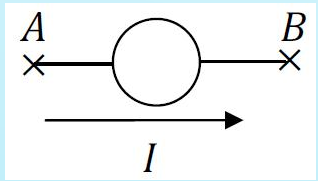
لتكن الدارالمغلقة من النقطة A إلى النقطة A، التي تحوي المولدات $(\Sigma\epsilon)$ وأجهزة الاستقبال (Σe) والمقاومات (ΣR)، اعتمادا على الدراسة السابقة، فإن الاستطاعة المقدمة من طرف االمولدات، تستهلك من طرف أجهزة الاستقبال و المقاومات، أي:

$$I\sum\mathcal{E} = I\sum e + I^2\sum R \quad \text{(الاستطاعة)}$$

$$\sum\mathcal{E} = \sum e + I\sum R \quad \text{(فرق الكمون)}$$

تعني المعادلة الأخيرة أن تغير الكمون يكون معدوما على المسار المغلق أي : $\sum\mathcal{E} - \sum e - I\sum R = V_A - V_A = 0$

نعتبر جزءًا من دارة و ، ليكن AB يعبره التيار I من A إ Bلى فإذا احتوت علي :

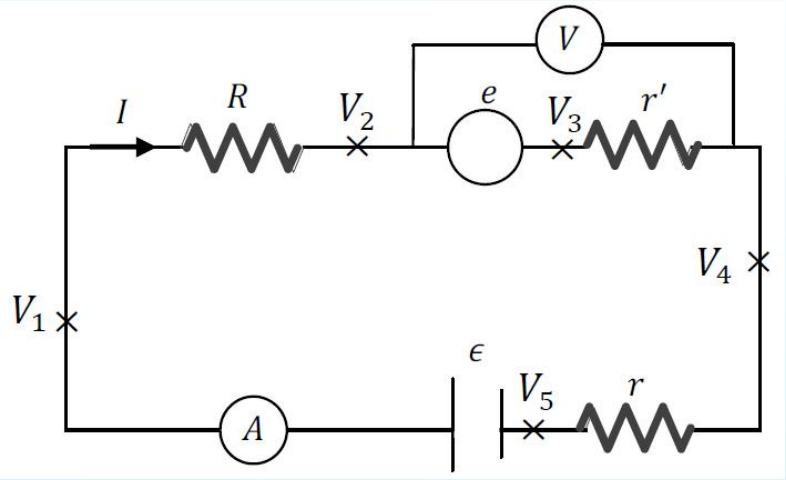
مولد قوته المحركة الكهربائية ϵ		مقاومة R	عنصر استقبال قوته المضادة المحركة الكهربائية e
			
$V_A - V_B = \epsilon$	$V_A - V_B = -\epsilon$	$V_A - V_B = RI$	$V_A - V_B = e$

F.BABAG

مثال: تطبيق قانون أوم على دارة مغلقة

دارة كهربائية مكونة من الأجهزة التالية المربوطة مع بعضها على التسلسل:

- مولد قوته المحركة الكهربائية $\epsilon=230V$ ومقاومته الداخلية $r=1\Omega$.
- مستقبل ق.م.م.ك $e=50V$ ومقاومته الداخلية $r'=4\Omega$.
- مقاومة $R=40\Omega$.
- جهاز أمبيرومتر ذو مقاومة داخلية مهملة.
- جهاز فولطمتر مربوط بين طرفي عنصر الاستقبال ذو مقاومة لانهائية.



أعط القيمة المؤشر عليها في كل من جهاز الفولطمتر و الأمبيرومتر.

الحل : مؤشر جهاز الأمبيرومتر ampèremètre : بتطبيق قانون أوم على الدارة:

$$V1-V1=(V1-V2)+(V2-V3)+(V3-V4)+(V4-V5)+(V5-V1)=0 \quad \Rightarrow \quad RI+e+r'I+rI-\epsilon=0$$

$$I=(\epsilon-e)/(R+r'+r)=(230-50)/40+4+1)=4A$$

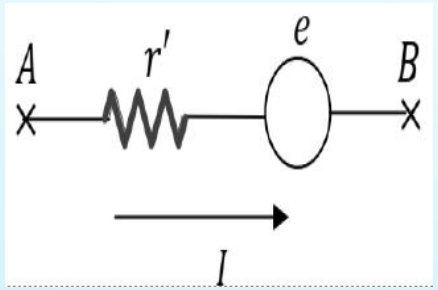
مؤشر جهاز الفولتمتر voltmètre :

$$V=e+r'I=50+4x4=66V$$

F.BABAG

6) القوة المضادة للقوة المحركة الكهربائية لعنصر استقبال

عنصر الاستقبال récepteur هو جهاز هدفه تحويل الطاقة الكهربائية إلى شكل آخر للطاقة مثل المحركات، و لا يمكن تحقيق هذه العملية دون ضياع في الطاقة عن طريق مفعول جول في عنصر الاستقبال، لذلك يمثل عنصر الاستقبال بدارة مكافئة، تتكون من قوة مضادة للقوة المحركة الكهربائية force contre-électromotrice . وحدتها الفولط ويعبر عنها باختصار ق.م.م.ك f.c.e.m.



ويرمز لها بـ : "e" موصولة على التسلسل مع مقامته الداخلية "r".

الاستطاعة المستقبلة في عنصر الاستقبال على شكل كهربائي تساوي : $I(V_A\text{-}V_B)$ يحول منها استطاعة تساوي eI ويضيع على شكل حراري استطاعته $r'I^2$.

باستعمال موازنة الاستطاعة نحصل علي :

$$(V_A - V_B)I = eI + r'I^2$$

$$(V_A - V_B) = e + r'I$$

مردود جهاز الاستقبال يساوي النسبة بين الاستطاعة المستعملة التي يقدمها عنصر الاستقبال إلى الاستطاعة المستهلكة من طرفه :

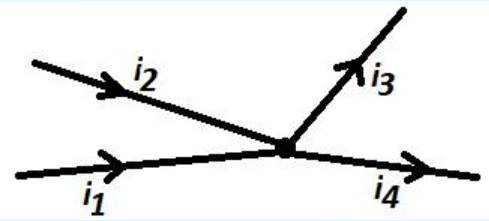
$$Ren = \frac{eI}{(V_A - V_B)I} = \frac{e}{(V_A - V_B)} \leq 1$$

F.BABAG

7) قانون كيرتشوف

من الناحية العملية نواجه بعض الدارات الكهربائية التي يصعب تبسيطها باستخدام قانوني التوالي والتوازي إلا أنه يسهل تحليل هذه الدارات الكهربائية بإيجاد المقاومة المكافئة لمجموعة المقاومات أو التيار الكهربائي المتدفق خلال عناصر الدارة باستخدام قاعدتي كيرتشوف نسبة إلى العالم جوستاف كيرتشوف.

7.1) القانون الأول لكيرتشوف : قانون العقد (مبدأ حفظ الشحنة)



وينص على أن المجموع الجبري للتيارات الكهربائية الملتقية عند نقطة تفرع ما في دارة كهربائية يساوي صفرا أي ان التيار الكهربائي الكلي الداخل إلى نقطة يجب أن يساوي التيار الكهربائي الكلي الخارج من تلك النقطة

وهكذا يمكننا صياغة القاعدة الأولى في العلاقة التالية:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

$$\frac{dq_1}{dt} + \frac{dq_2}{dt} = \frac{dq_3}{dt} + \frac{dq_4}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(q_1 + q_2) = \frac{d}{dt}(q_3 + q_4)$$

$$q_1 + q_2 = q_3 + q_4$$

F.BABAG

7.2) القانون الثاني لكيرتشوف : قانون العروات (مبدأ حفظ الطاقة)

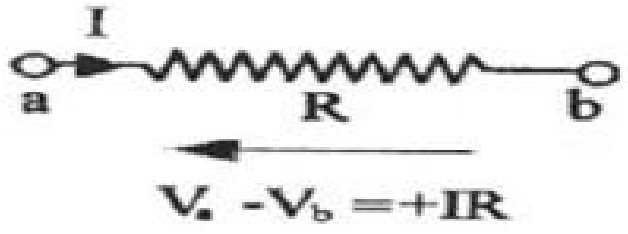
$$\sum \Delta V = zero$$

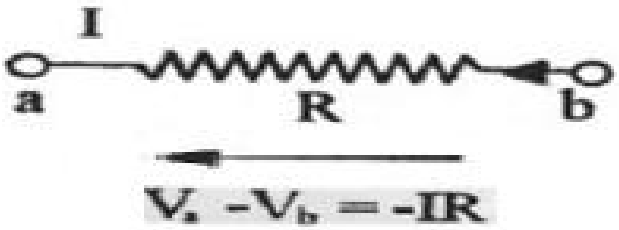
وينص على أن مجموع فروق الكمون (التوترات) بين أطراف العناصر التي تشكل عروة يساوي الصفر.

وليتم استخدام هذه القاعدة بشكل صحيح نتبع الأسس التالية عندما نقوم بتحليل الدارات الكهربائية :

1- فرق الجهد بين طرفي مقاومة:

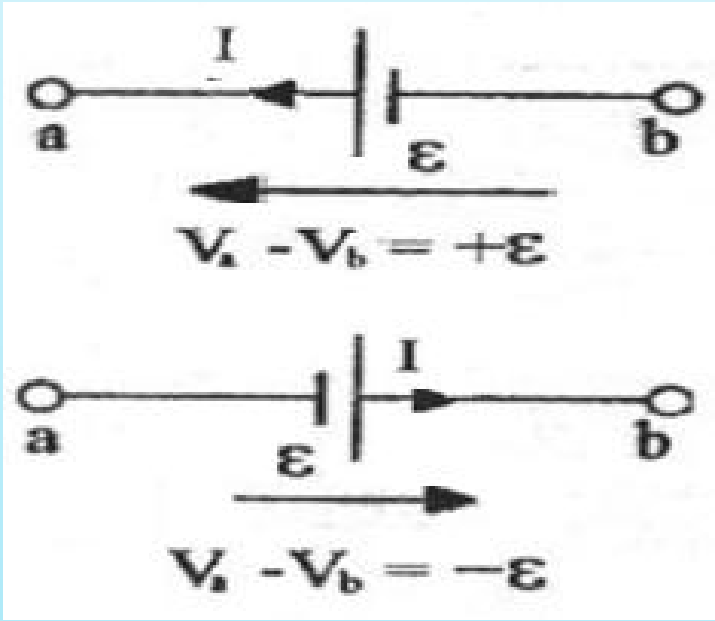
لإيجاد فرق الجهد بين نقطتين a و b (Va-Vb) نفترض بأننا نتحرك عبر المقاومة من النقطة a إلى النقطة b فإذا كان اتجاه انسياب التيار من aإلى b فإن فرق الجهد يساوي (+IR) (أي إتجاهه عكس التيار) في حين إذا كان اتجاه تدفق التيار في الاتجاه المعاكس يكون فرقا الجهد مساويا (-IR) كما في الشكل المقابل :





2- فرق الجهد بين قطبي مصدر كهربائي:

يكون فرق الجهد بين طرفي المصدر مساويا للقوة الدافعة الكهربائية "$\mathcal{E}$" إذا ربطنا a بالقطب الموجب للمصدر , ويساوي "$-\mathcal{E}$" إن ربطنا a بالقطب السالب للمصدر.



F.BABAG

7.3) تطبيق قانون كيرشوف على الشبكات: وضع المعادلات

* نرسم الشبكة.

* نحدد اختياريا اتجاه التيارات في كل فرع من الشبكة. لا نخشى من التخمين الخاطئ لاتجاه التيار، فإن كانت الإجابة سالبة فهذا يعني أن الاتجاه الفعلي للتيار بعكس الاجاه المختار لكن القيمة صحيحة، و هذا في حالة شبكة لا تحتوي على عنصر استقبال. إذا وجد عنصر استقبال، و كان التيار المحسوب الذي يسري في الفرع الذي يحتوي عنصر الاستقبال سالبا، يجب هنا إعادة وضع معادلات المسألة آخذين الاتجاه الصحيح للتيار.
* نطبق قانون كيرشوف الأول (قانون العقد)، اذا كان لدينا n عقدة سنحصل على $n-1$ معادلة.

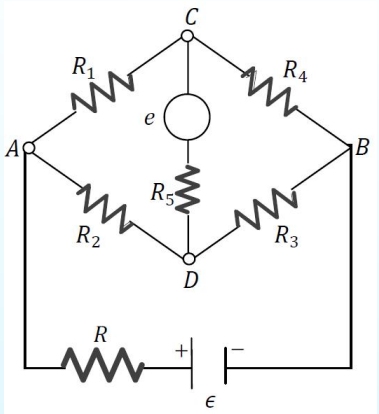
* نطبق قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات)، إذا كان لدينا b فرعا فإن عدد معادلات العروات $m=b-(n-1)$.

*نحصل على جملة من معادلات خطية، نختار فقط المعادلات المستقلة بعد اعتماد كل العقد والعروات، فإذا كان لدينا n تيارا نحصل على n جملة، و نحلها باستعمال الطرق الرياضية.

F.BABAG

7.4) مثال على تطبيق قانون كيرشوف على الشبكة

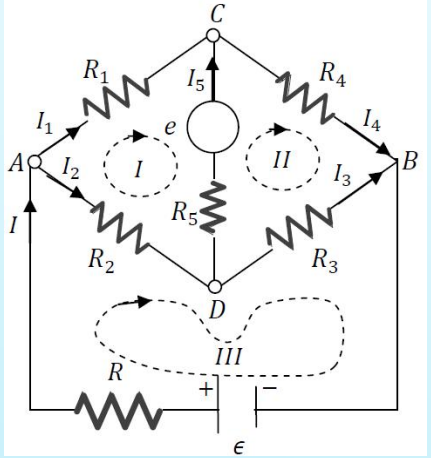
أوجد شدة التيار في كل فرع من الشبكة التالية.



$R=R_1=R_2=R_5=20\Omega$
$R_3=10\Omega;\quad R_4=60\Omega$
$e=2V;\quad \epsilon=48V$

الحل : في الشبكة لدينا:

- أربع عقد، أي ثلاث معادلات للتيار.
- ستة فروع، أي ثلاث معادلات للعروات.



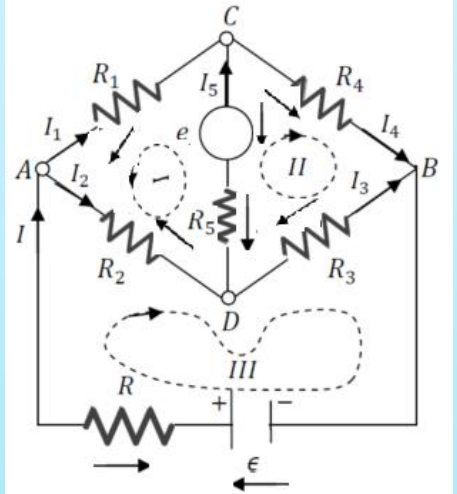
قانون كيرشوف الأول يعطي:

العقدة A : $I = I_1 + I_2$ (1)

العقدة C : $I_4 = I_1 + I_5$ (2)

العقدة D : $I_2 = I_3 + I_5$ (3)

قانون كيرشوف الثاني يعطي:



العروة I : $R_1I_1 - e - R_5I_5 - R_2I_2 = 0 \rightarrow R_1I_1 - R_5I_5 - R_2I_2 = e$ (4)

العروة II : $R_5I_5 + e + R_4I_4 - R_3I_3 = 0 \rightarrow R_5I_5 + R_4I_4 - R_3I_3 = -e$ (5)

العروة III : $RI - \varepsilon + R_2I_2 + R_3I_3 = 0 \rightarrow RI + R_2I_2 + R_3I_3 = \varepsilon$ (6)

من المعادلات (1) و (2) و (3) نستخرج قيم I_2 ، I_3 ، I_5 بدلالة I ، I_1 ، I_4.

$I_2 = I - I_1$

$I_3 = I - I_4$

$I_5 = I_4 - I_1$

الدكتورة باباغيو فتيحة

F.BABAG

ونعوضهم في المعادلات (4) و (5) و (6) فنحصل على الجملة التالية:

$$\begin{cases} (R_1+R_2+R_5)I_1 - R_5I_4 - R_2I = e \\ -R_5I_1 + (R_3+R_4+R_5)I_4 - R_3I = -e \\ -R_2I_1 - R_3I_4 - (R_3+R_2+R)I = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3I_1 - I_4 - I = 0,1 \\ -2I_1 + 9I_4 - I = -0,2 \\ -2I_1 - I_4 - 5I = 4,8 \end{cases}$$

لحل هذه الجملة بطريقة كرامر Cramery يعطي :

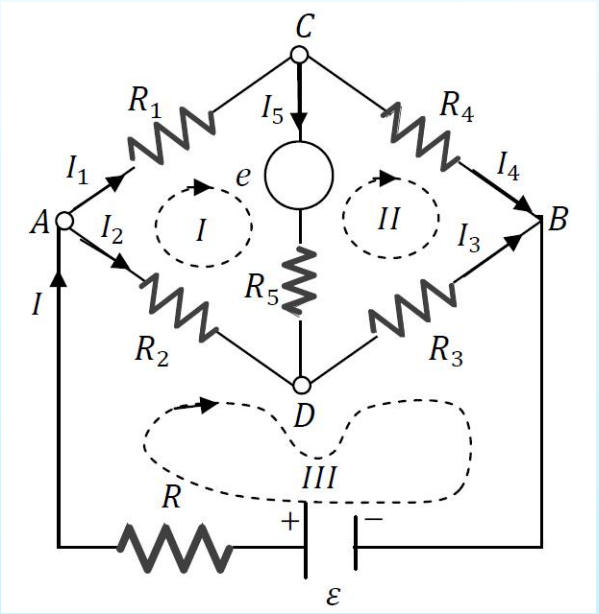
$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0,1 & -1 & -1 \\ -0,2 & 9 & -1 \\ 4,8 & -1 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 9 & -1 \\ -2 & -1 & -5 \end{vmatrix}} = 0,512\ A \qquad I_4 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0,1 & -1 \\ -2 & -0,2 & -1 \\ -2 & 4,8 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 9 & -1 \\ -2 & -1 & -5 \end{vmatrix}} = 0,226\ A \qquad I = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0,1 \\ -2 & 9 & -0,2 \\ -2 & -1 & 4,8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 9 & -1 \\ -2 & -1 & -5 \end{vmatrix}} = 1,21\ A$$

$$I_2 = I - I_1 = 1,21 - 0,512 = 0,698\ A$$
$$I_3 = I - I_4 = 1,21 - 0,226 = 0,984\ A$$
$$I_5 = I_4 - I_1 = 0,226 - 0,512 = -0,286\ A$$

I_5 سالبة، إذًا الجهة الفعلية لـ I_5 هي عكس الجهة المختارة عشوائيا في الشبكة، وبما أن التيار يسري في فرع يحتوي عن عنصر استقبال يجب إعادة وضع المعادلات و نأخذ الإتجاه الصحيح لـ I_5.

F.BABAG

ونعوضهم في المعادلات (4) و (5) و (6) فنحصل على الجملة التالية:



قانون كيرشوف الأول يعطي:

العقدة A : $I = I_1 + I_2$

العقدة C : $I_1 = I_4 + I_5$ (2)

العقدة D : $I_3 = I_2 + I_5$ (3)

قانون كيرشوف الثاني يعطي:

العروة I :

$$R_1 I_1 + e + R_5 I_5 - R_2 I_2 = 0 \rightarrow R_1 I_1 + R_5 I_5 - R_2 I_2 = -e$$

العروة II :

$$-R_5 I_5 - e + R_4 I_4 - R_3 I_3 = 0 \rightarrow -R_5 I_5 + R_4 I_4 - R_3 I_3 = e$$

$$RI - \varepsilon + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 \rightarrow RI + R_2 I_2 + R_3 I_3 = \varepsilon$$

من المعادلات (1) و (2) و (3) نستخرج قيم I_2 ، I_3 ، I_5 بدلالة I ، I_1 ، I_4.

$$I_2 = I - I_1$$
$$I_3 = I - I_4$$
$$I_5 = I_1 - I_4$$

بنفس الخطوات السابقة سنحصل على الجملة التالية:

$$\begin{cases} 3I_1 - I_4 - I = -0,1 \\ -2I_1 + 9I_4 - I = 0,2 \\ -2I_1 - I_4 - 5I = 4,8 \end{cases}$$

حل هذه الجملة بطريقة كرامر Cramery يعطي :

$$I_1 = 0,448\ A, \quad I_4 = 0,254\ A, \quad I = 1,19\ A$$
$$I_2 = 0,742\ A, \quad I_3 = 0,936,A, \quad I_5 = 0,194\ A$$