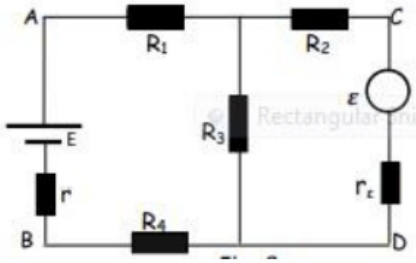
السلسلة 05: الكهرباء المتحركة



التمرين 1:

لتكن الدارة المبينة في الشكل المقابل حيث:

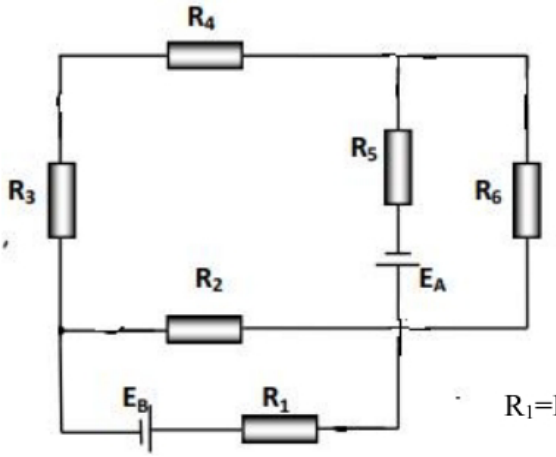
$E=10V$, $r=r_\varepsilon=1\Omega$, $\varepsilon=2V$, $R_1=4\Omega$, $R_2=1\Omega$, $R_3=6\Omega$, $R_4=2\Omega$

1-احسب التيار في كل فرع ؟

2-احسب فرق الكمون V_{CD} ;V_{AB}؟

3- احسب مردود المولد والمحرك؟

4- احسب الطاقة الضائعة بفعل جول في الدارة؟



التمرين 2:

نريد تطبيق نظرية كيرشوف لدراسة الدارة الكهربائية في الشكل المقابل

1-ماهو عدد العقد والعروات .اكتب معادلاتها؟

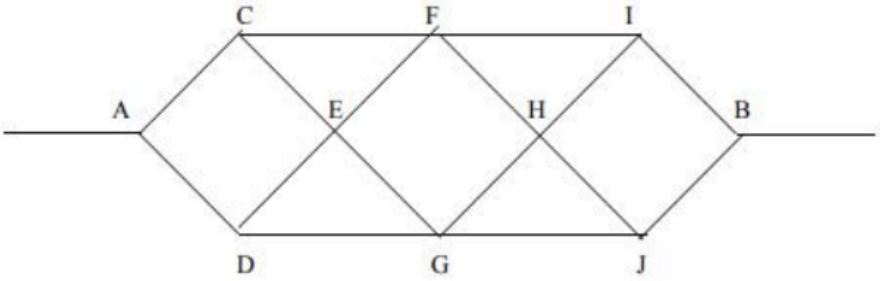
2-احسب قيمة التيار المار في كل فرع من فروع الدارة ؟

يعطى: $R_1=R_4=5\Omega$, $R_2=R_5=R_6=10\Omega$, $R_3=20\Omega$, $E_A=20V$, $E_B=10V$

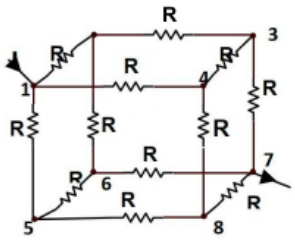
التمرين 3

1-كل قطعة من الشكل 1 المقابل لها مقاومة $r=1\Omega$. احسب المقاومة المكافئة بين A و B ؟

2-أوجد المقاومة المكافئة في الشكل 2 بين طرفي 1 و 7 ؟



الشكل1

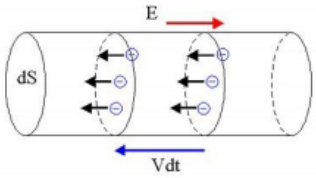


الشكل 2

التمرين4

سلك من النحاس قطره r=1.2mm يمربه تيار كهربائي شدته I= 10A اذا علمت ان تركيز الكترونات النقل في النحاس هو $n=2,3.10^{23}\ cm^{-3}$ وان مقاوميته $p=1,7.10^{-6}\ \Omega$ احسب مايلي :

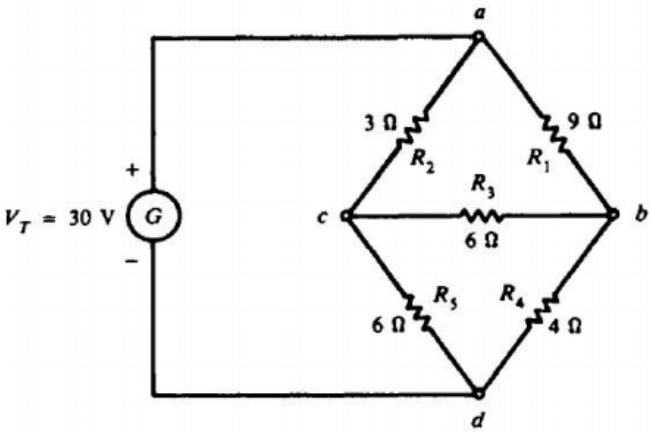
1-كثافة التيار الكهربائي.2- تحركية الاكترونات.3-سرعة الالكترونات .-4الحقل الكهربائي داخل الناقل



التمرين 5

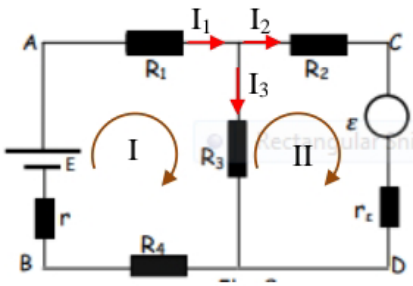
بتطبيق بتطبيق قانون العروات أحسب شدة التيار المار في المقاومة R3 في الدارة التالية؟

تحقق من قيمة هاذا التيار بإستخدام قانون العقد؟



حل السلسلة 5 الكهرباء المتحركة

التمرين 1:



1-حساب التيارات في كل فرع :

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$\sum V = 0$$

$$-R_4 I_1 - r I_1 + E - R_1 I_1 - R_3 (I_1 - I_2) = 0$$

$$-2I_1 - I_1 - 4I_1 - 6(I_1 - I_2) = -10$$

$$-13I_1 + 6I_2 = -10 \rightarrow (1)$$

$$+R_3 (I_1 - I_2) - R_2 I_2 - \varepsilon - r_\varepsilon I_2 = 0$$

$$6I_1 - 8I_2 = 2 \rightarrow (2)$$

$$\begin{cases} -13I_1 + 6I_2 = -10 \rightarrow (1) \\ 6I_1 - 8I_2 = 2 \rightarrow (2) \end{cases} \Leftrightarrow \Delta = \begin{vmatrix} -13 & 6 \\ 6 & -8 \end{vmatrix} = 68$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -10 & 6 \\ 2 & -8 \end{vmatrix}}{68} = 1A, \quad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} -13 & -10 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}}{68} = 0.5A, \quad I_3 = I_1 - I_2 = 1 - 0.5 = 0.5A$$

$$I_1 = 1A, \; I_2 = 0.5A, \; I_3 = 0.5A$$

2-حساب فرق الكمون V_{CD} ; V_{AB}

$$V_{AB} = E - rI_1 = 10 - 1 = 9V$$

$$V_{CD} = \varepsilon + r_\varepsilon I_2 = 2 + 0.5 = 2.5V$$

3- حساب مردود االمولد والمحرك : $\eta = \frac{p_u}{p_a}$

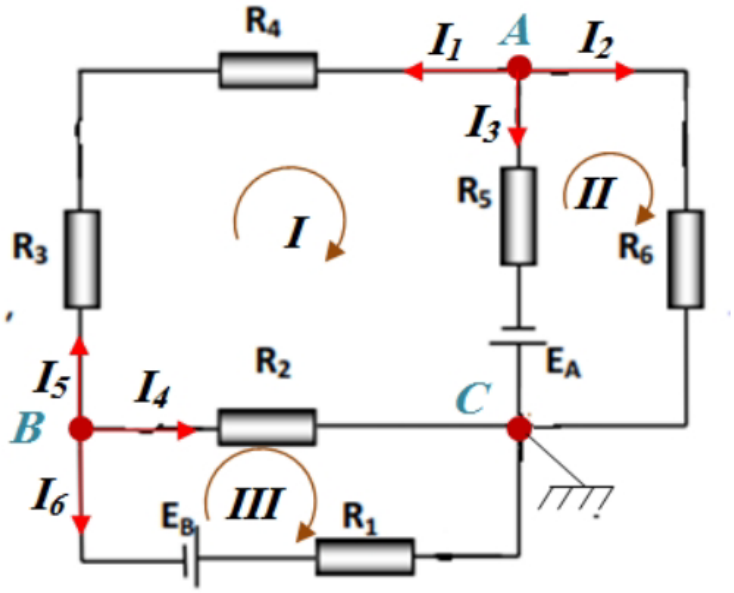
مردود المولد $\eta_1 = \frac{V_{AB} I_1}{E I_1} = \frac{9}{10} = 0.9 = 90\%$

مردود المحرك $\eta_2 = \frac{\varepsilon I_2}{V_{CD} I_2} = \frac{2}{2.5} = 0.8 = 80\%$

4-الطاقة الضائعة بفعل جول في الدارة :

$$P=(r+R_4+R_1)I_1^2+R_3I_3^2+(R_2+r_\varepsilon)I_2^2$$
$$P=(1+2+4)1+6(0.5)^2+(1+1)(0.5)^2=9w$$

التمرين 2:



1-عدد العقد هو 3 عقد وعدد العروات 3

معادلات العقد : نستخدم العقدتين A,B والعقدة C نأخذها أرضي لأن عدد الفروع في العقدة Cهو الأكبر

معادلة العقدة A

$$I_1+I_2+I_3=0$$

$$\frac{V_A-V_B}{R_3+R_4}+\frac{V_A-0}{R_6}+\frac{V_A+E_A-0}{R_5}=0$$
$$\frac{V_A-V_B}{25}+\frac{V_A}{10}+\frac{V_A+20}{10}=0$$
$$6V_A-V_B=-50\rightarrow(1)$$

معادلة العقدةB

$$I_4+I_5+I_6=0$$
$$\frac{V_B-0}{R_2}+\frac{V_B-V_A}{R_3+R_4}+\frac{V_B+E_B-0}{R_1}=0$$
$$\frac{V_B}{10}+\frac{V_B-V_A}{25}+\frac{V_B+10}{5}=0$$
$$-2V_A+17V_B=-100\rightarrow(2)$$

حساب التيارات بقانون العقد

$$\begin{cases}6V_A-V_B=-50\\-2V_A+17V_B=-100\end{cases}\Leftrightarrow\Delta=\begin{vmatrix}6&-1\\-2&17\end{vmatrix}=100$$
$$V_A=\frac{\begin{vmatrix}-50&-1\\-100&17\end{vmatrix}}{100}=-9.5V\ ,\quad V_B=\frac{\begin{vmatrix}6&-50\\-2&-100\end{vmatrix}}{100}=-7V$$
$$I_1=\frac{V_A-V_B}{R_3+R_4}=\frac{-9.5+7}{25}=-0.1A$$
$$I_2=\frac{V_A}{R_6}=\frac{-9.5}{10}=-0.95A$$
$$I_3=\frac{V_A+E_A}{R_5}=\frac{-9.5+20}{10}=1.05A$$
$$I_4=\frac{V_B}{R_2}=\frac{-7}{10}=-0.7A$$
$$I_5=-I_1=\frac{V_B-V_A}{R_3+R_4}=\frac{-7+9.5}{25}=0.1A$$
$$I_6=\frac{V_B+E_B}{R_1}=\frac{-7+10}{5}=0.6A$$

معادلات العروات :

لدينا 3 عروات رئيسية في الدارة إذا سنستخدم فقط 3 تيارات $(I_1,\ I_2,\ I_6)$ أما باقي التيارات سنكتبها بدلالة التيارات $(I_1,\ I_2,\ I_6)$

أي :

$$\begin{cases}I_4=I_1-I_6\\I_3=-(I_1+I_2)\end{cases}$$

معادلة العروة 1:

$$(R_3+R_4)I_1-R_5I_3+E_A+R_2I_4=0$$
$$\begin{cases} I_4=I_1-I_6 \\ I_3=-(I_1+I_2) \end{cases}$$
$$(R_3+R_4)I_1+R_5(I_1+I_2)+E_A+R_2(I_1-I_6)=0$$
$$(25)I_1+10(I_1+I_2)+20+10(I_1-I_6)=0$$
$$9I_1+2I_2-2I_6=-4\rightarrow(1)$$

معادلة العروة 2

$$-E_A+R_5I_3-R_6I_2=0$$
$$-20+10I_3-10I_2=0$$
$$I_3=-(I_1+I_2)$$
$$-I_1-2I_2+0I_6=2\rightarrow(2)$$

معادلة العروة 3

$$-R_2I_4+R_1I_6-E_B=0$$
$$-10I_4+5I_6-10=0$$
$$I_4=I_1-I_6$$
$$-10(I_1-I_6)+5I_6-10=0$$
$$-10I_1+0I_2+15I_6=10\rightarrow(3)$$

حساب التيارات بقانون العروات:

$$\begin{cases} 9I_1+2I_2-2I_6=-4 \\ -I_1-2I_2+0I_6=2 \\ -10I_1+0I_2+15I_6=10 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta=\begin{vmatrix} 9 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \\ -10 & 0 & 15 \end{vmatrix}=-200$$

$$I_1=\frac{\begin{vmatrix} -4 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \\ 10 & 0 & 15 \end{vmatrix}}{-200}=-0.1A,\ I_2=\frac{\begin{vmatrix} 9 & -4 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ -10 & 10 & 15 \end{vmatrix}}{-200}=-0.95A,\ I_6=\frac{10+10I_1}{15}=0.6A$$

$$\begin{cases} I_4=I_1-I_6=-0.1-0.6=-0.7A \\ I_3=-(I_1+I_2)=-(-0.1-0.95)=1.05A \end{cases}$$

وجدنا أن التيار $(I_1<0, I_2<0, I_4<0)$ ومنه إتجاه التيارات الحقيقي ل $(I_1,\ I_2,\ I_4)$ سيكون عكس اتجاههم الذي إخترناه في البداية

التمرين 3

1-المقاومة المكافئة بين A و B

نرسم فقط خط يوصل بين العقدA, E, H, B

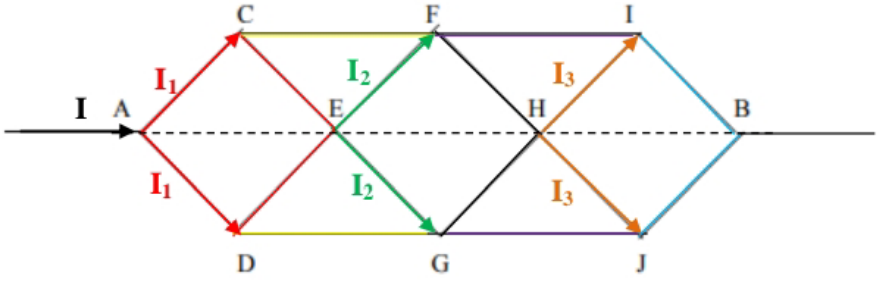
لدينا الكمون في العقدة C هو نفسة الكمون في العقدة D لأن التيار الكلي I يتفرع من خلال مقاومتين متساويتين rإلى تيارين متساويين I_1

$$I_1 = \frac{V_A - V_C}{r} = \frac{V_A - V_D}{r} \Rightarrow V_C = V_D$$

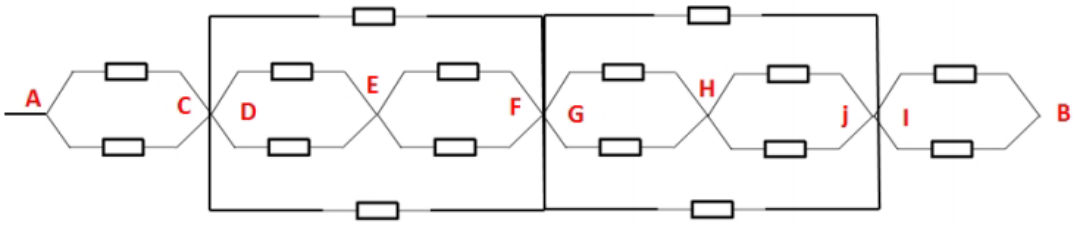
بنفس الكيفية في العقد F, G و I,G

$$I_2 = \frac{V_E - V_F}{r} = \frac{V_E - V_G}{r} \Rightarrow V_F = V_G$$

$$I_3 = \frac{V_H - V_I}{r} = \frac{V_H - V_J}{r} \Rightarrow V_I = V_J$$



اذا يمكن تبسيط الشكل الى الشكل التالي :

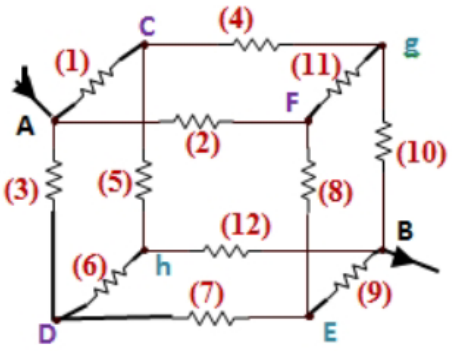


وبالتالي فالمقاومة المكافئة بين A, B هي :

$$R_{AB} = \frac{r}{2} + \left[\left(\frac{r}{2} + \frac{r}{2}\right)//(r)//(r)\right] + \left[\left(\frac{r}{2} + \frac{r}{2}\right)//(r)//(r)\right] + \frac{r}{2}$$

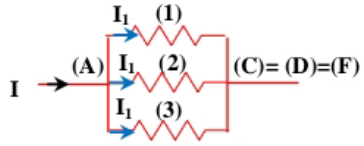
$$R_{AB} = \frac{r}{2} + \left[\frac{r}{3}\right] + \left[\frac{r}{3}\right] + \frac{r}{2} = \frac{5r}{3} \Leftrightarrow R_{AB} = \frac{5r}{3}$$

2-المقاومة المكافئة بين طرفي 1 و 7



لدينا المقاومات (3) ,(2), (1) يشتركون في العقدة A ويمر فيهم نفس التيار I_1 لأن لديهم نفس القيمة R وتيارهم الكلي هو I ومنه العقد D, F, Cلهم نفس فرق الكمون لأن :

$$\begin{cases} V_{AC} = V_A - V_C = RI_1 \\ V_{AF} = V_A - V_F = RI_1 \\ V_{AD} = V_A - V_D = RI_1 \end{cases} \Leftrightarrow V_C = V_F = V_D$$

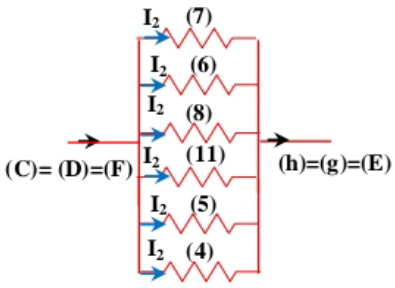


وبالتالي المقاومات (3) ,(2), (1) هي موصولة على التفرع

ولدينا أيضا المقاومات (7) ,(6), (11), (8), (5), (4) يمر فيهم نفس التيار والذي نعتبره هو I_2 والتيار الكلي لهذه المقاومات هو I_1 ونحن نعلم أن العقد C, D, F لهم نفس فرق الكمون ومنه فإن النقطة g هي نفسها h ونفسها E و لهم نفس فرق الكمون لأن :

$$V_C = V_F = V_D$$

$$\begin{cases} V_{Fg} = V_F - V_g = RI_2 \\ V_{FE} = V_F - V_E = RI_2 \\ V_{Cg} = V_C - V_g = RI_2 \\ V_{Ch} = V_C - V_h = RI_2 \\ V_{Dh} = V_D - V_h = RI_2 \\ V_{DE} = V_D - V_E = RI_2 \end{cases} \Leftrightarrow V_h = V_g = V_E$$

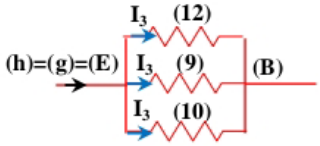


وبالتالي فإن المقاومات (7), (6), (8), (11), (5), (4)موصولة على التفرع .

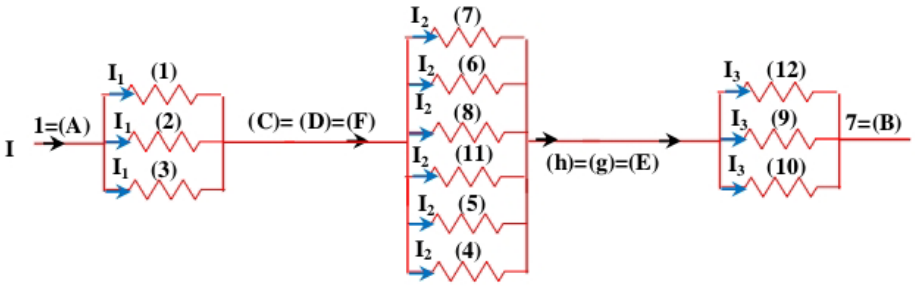
وبنفس الكيفية لدينا المقاومات (12), (9), (10) يمر فيهم نفس التيار I_3 لأن العقد h, g, E لهم نفس الكمون والمقاومات (12), (9), (10)يشتركون في نفس العقدة B وبالتالي فإن المقاومات (12), (9), (10) موصولة على التفرع

$$V_h = V_g = V_E$$

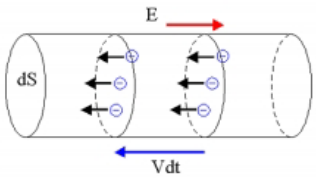
$$\begin{cases} V_{hB} = V_h - V_B = RI_3 \\ V_{gB} = V_g - V_B = RI_3 \\ V_{EB} = V_E - V_B = RI_3 \end{cases} \Leftrightarrow V_{hB} = V_{gB} = V_{EB}$$



اذا المقاومة المكافئة بين 1,7هي : $R_{1-7} = R_{AB} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5R}{6}$



التمرين4



1-كثافة التيار الكهربائي :

$$J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{I}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{4.10}{\pi\left(1.2.10^{-3}\right)^2} = 8.846.10^6 A/m^2$$

2-الحقل الكهربائي داخل الناقل

$$J = \sigma E \Rightarrow E = \frac{J}{\sigma} = \rho J = \left(17.10^{-9}\right)8.846.10^6 = 1.503.10^{-1} V/m$$

3-سرعة الالكترونات

$$v = \frac{I}{n.q.S} = \frac{10}{2.310^{23}.10^{6}.\left(1.6.10^{-19}\right)\frac{\pi}{4}.\left(1.2.10^{-3}\right)^{2}} = 2.403.10^{-4} m/s$$

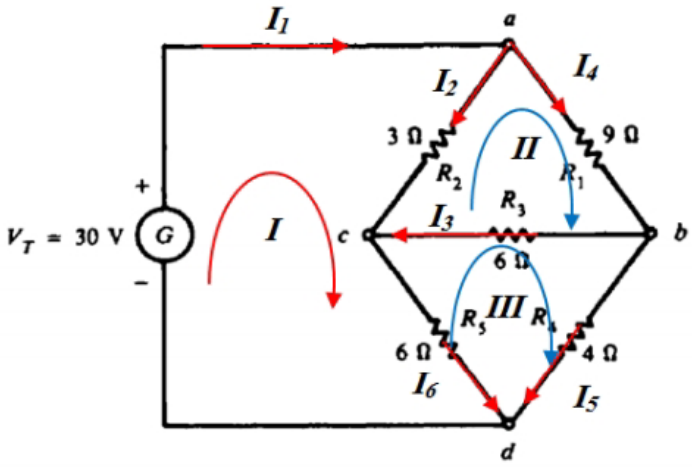
4-تحركية الاكترونات

$$\overrightarrow{v_n} = -\mu_n \overrightarrow{E} \Leftrightarrow |\mu_n| = \frac{v}{E} = 1.599.10^{-3} m^2 V^{-1} s^{-1}$$

التمرين 5

بتطبيق بتطبيق قانون العروات أحسب شدة التيار المار في المقاومة R3 في الدارة التالية؟

تحقق من قيمة هاذا التيار بإستخدام قانون العقد؟



بتطبيق قانون العروات :

لدينا 3 عروات رئيسية في الدارة إذا سنشتغل ب 3 تيارات I_1, I_2, I_3 أما التيارات المتبقية وهي I_4, I_5, I_6 سنجعلها بدلالة التيارات I_1, I_2, I_3

$$I_4 = I_1 - I_2$$
$$I_6 = I_2 + I_3$$
$$I_5 + I_6 = I_1 \Leftrightarrow I_5 = I_1 - I_6 = I_1 - (I_2 + I_3)$$
$$I_5 = I_1 - I_2 - I_3$$

معادلة العروة 1

$$V_T - R_2 I_2 - R_5 I_6 = 0$$
$$V_T - R_2 I_2 - R_5 (I_2 + I_3) = 0$$
$$30 - 3I_2 - 6(I_2 + I_3) = 0$$
$$0I_1 + 9I_2 + 6I_3 = 30 \rightarrow (1)$$

معادلة العروة2

$$R_2 I_2 - R_1 I_4 - R_3 I_3 = 0$$
$$R_2 I_2 - R_1 (I_1 - I_2) - R_3 I_3 = 0$$
$$3I_2 - 9(I_1 - I_2) - 6I_3 = 0$$
$$-9I_1 + 12I_2 - 6I_3 = 0 \rightarrow (2)$$

معادلة العروة3

$$R_5 I_6 + R_3 I_3 - R_4 I_5 = 0$$
$$R_5 (I_2 + I_3) + R_3 I_3 - R_4 (I_1 - I_2 - I_3) = 0$$
$$6(I_2 + I_3) + 6I_3 - 4(I_1 - I_2 - I_3) = 0$$
$$-4I_1 + 10I_2 + 16I_3 = 0 \rightarrow (3)$$

نحل المعادلات نحسب فقط التيار I_3 المطلوب:

$$\begin{cases} 0I_1 + 9I_2 + 6I_3 = 30 \\ -9I_1 + 12I_2 - 6I_3 = 0 \\ -4I_1 + 10I_2 + 16I_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 9 & 6 \\ -9 & 12 & -6 \\ -4 & 10 & 16 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \Delta = 1260$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 9 & 30 \\ -9 & 12 & 0 \\ -4 & 10 & 0 \end{vmatrix}}{1260} = -1A \Leftrightarrow I_3 = -1A$$

بتطبيق قانون العقد : نأخذ العقدة C هي الأرضي يعني أن $V_c = 0$

معادلة العقدة A

$$\frac{V_a - V_c}{R_2} + \frac{V_a - V_b}{R_1} = -I_1$$
$$\frac{V_a}{3} + \frac{V_a - V_b}{9} = -I_1 \rightarrow (1)$$

معادلة العقدة B

$$\frac{V_b - V_a}{R_1} + \frac{V_b - V_c}{R_3} + \frac{V_b - V_d}{R_4} = 0$$
$$\frac{V_b - V_a}{9} + \frac{V_b}{6} + \frac{V_b - V_d}{4} = 0 \rightarrow (2)$$

معادلة العقدة d

$$\frac{V_d - V_b}{R_4} + \frac{V_d - V_c}{R_5} = I_1$$
$$\frac{V_d - V_b}{4} + \frac{V_d}{6} = I_1 \rightarrow (3)$$

لدينا أيضا :

$$V_{ad} - V_a - V_d - V_T$$
$$V_a = 30 + V_d$$

بجمع المعادلتين 1 و 3 نتحصل على :

$$(1) + (3) \Leftrightarrow \frac{V_a}{3} + \frac{V_a - V_b}{9} + \frac{V_d - V_b}{4} + \frac{V_d}{6} = 0$$
$$\frac{12V_a + 4V_a - 4V_b + 9V_d - 9V_b + 6V_d}{36} = 0$$
$$16V_a - 13V_b + 15V_d = 0 \rightarrow (4)$$

بتعويض قيمة $V_a = 30 + V_d$ في المعادلة 4

$$16(30+V_d)-13V_b+15V_d=0$$
$$31V_d-13V_b=-480\rightarrow(5)$$

نبسط المعادلة 2 :

$$\frac{V_b-V_a}{9}+\frac{V_b}{6}+\frac{V_b-V_d}{4}=0$$
$$\frac{4V_b-4V_a+6V_b+9V_b-9V_d}{36}=0$$
$$19V_b-4V_a-9V_d=0$$
$$19V_b-4(30+V_d)-9V_d=0$$
$$-13V_d+19V_b=120\rightarrow(6)$$

إذا تحصلنا على معادلتين بمجهولين vd, vb

$$\begin{cases}31V_d-13V_b=-480\\-13V_d+19V_b=120\end{cases}\Leftrightarrow\Delta=\begin{vmatrix}31&-13\\-13&19\end{vmatrix}=420$$
$$V_d=\frac{\begin{vmatrix}-480&-13\\120&19\end{vmatrix}}{420}=-18V\ ,\ V_b=\frac{\begin{vmatrix}31&-480\\-13&120\end{vmatrix}}{420}=-6V$$
$$V_a=30+V_d=30-18=12V$$

اذا التيار **I3** هو

$$I_3=\frac{V_b-V_c}{R_3}=\frac{-6-0}{6}=-1A$$