...عليا للأساتذة بالأغواط ...ـــوم الدقيقة ...الأولى PES	مادة الكهرباء **قانون غوص**	2023 - 2022

<u>تمرين الأول:</u> خط مستقيم لا متناهي في الطول محمول على المحور Oz و يحمل شحنة كثافتها λ . باستعمال قانون غوص، أحسب، بدلالة x و y و λ ، الحقل الكهربائي الناتج عند النقطة (x,y,0) من المستوي xOy .

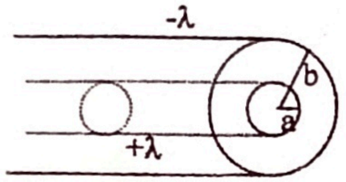
- ما هي خطوط انسياب الحقل - و ما هي سطوح تساوي الكمون.
- نفس الأسئلة في حالة مرور خط الشحنات بالنقطة (x_0,y_0).

<u>التمرين الثاني:</u> خطّان متوازيان لا متناهيان في الطول يمران بالنقطتين (3,0,0) و (-3,0,0) و موازيان للمحور Oz، يحمل الخطّان شحنتين كثافتيهما $+\lambda$ و $-\lambda$ على التوالي. باستعمال نتائج التمرين السابق، أحسب الحقل الكهربائي الناتج عند النقطة (x,y,0) من المستوي xOy ثمّ استنتج الحقل عند أية نقطة من الفضاء.

<u>التمرين الثالث:</u> سطحان مستويان متوازيان يحملان شحنتين كثافتهما $\sigma=+50pC/m^2$ و $\sigma=-50pC/m^2$ و تفصلهما المسافة $d=1cm$.

1- باستعمال نتائج نظرية غوص احسب الحقل الكهربائي الناتج بين السطحين و خارج السطحين.

2- أوجد عبارة فرق الكمون الناتج بين السطحين.



<u>التمرين الرابع:</u> لنعتبر اسطوانتين متمركزتين لا متناهيتين في الطول نصفي قطريهما b, a و تحملان الشحنتين $+\lambda$ و $-\lambda$ لوحدة الطول. باستخدام نظرية غوص

1. احسب الحقل الكهربائي و الكمون الكهربائي من أجل $a < r < b$ بدلالة λ علما بأن كمون الأسطوانة (b) معدوم.
2. ما هو الحقل الكهربائي من أجل $r < a$ و $r > b$.

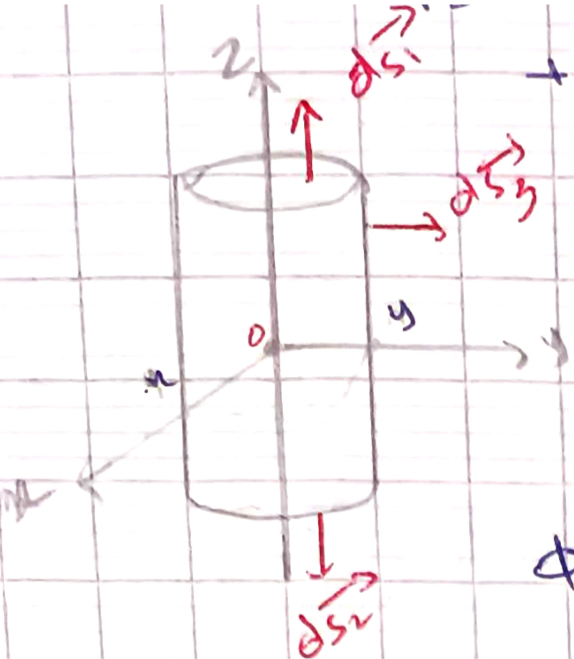
<u>التمرين الخامس:</u> شحنة Q موزعة بانتظام على حجم كرة نصف قطرها R و مركزها O.

1. باستعمال قانون غوص، أحسب الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ عند نقطة M داخل و خارج الكرة بدلالة $r=OM$ و Q و R
2. أرسم تغيرات الكمون و الحقل بدلالة r .
3. نفس السؤال في حالة توزع الشحنة بانتظام على سطح الكرة

<u>التمرين السادس:</u> شحنة Q=80nC موزعة بانتظام على جسم كروي نصف قطره R=0.50m به تجوف كروي الشكل نصف قطره a=0.1m مركزه يبعد عن مركز الجسم بالمسافة b=0.30m.

أحسب طويلة الحقل الكهربائي عند النقاط الموجودة على المستقيم الواصل بين المركزين و تبعد عن مركز الجسم بالمسافة

1- c=0.15m 2- c=0.30m 3- c=0.35m 4- c=0.45m



$+ \left(\frac{K\rho}{r^3} - \varepsilon_0 \right) \sin\theta \, \vec{e}_\theta$

قانون غوص :

س 3 ت 1 :

$$\Phi = \Phi_{s_1} + \Phi_{s_2} + \Phi_{s_3}$$

$$\Phi_{s_1} = \Phi_{s_2} = \iint \vec{E}\, d\vec{s} = 0$$

لأن $\left(\begin{array}{l} E \perp ds_1 \\ E' \perp ds_2 \end{array} \right)$

$$\Phi = \Phi_{s_3} = \iint \vec{E} \cdot d\vec{s_3} = E \, 2\pi r \cancel{h} = \frac{\lambda \cancel{h}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = (x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}$$

ومنه

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$$

• خطوط شعاع الحقل :

$\vec{E} \wedge d\vec{l}$ $\qquad \vec{E} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{dl} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix}$

$\vec{E} = \dfrac{\lambda}{} \cdot \dfrac{\vec{r}}{r^2}$ $\qquad \vec{E} \parallel \overrightarrow{dl} \Leftrightarrow \vec{E} \wedge \overrightarrow{dl} = \vec{0}$.

$\Rightarrow \vec{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \, (x^2+y^2)} (x\vec{i} + y\vec{j})$

$\Leftrightarrow \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \left(\dfrac{x}{x^2+y^2} dx - \dfrac{y}{x^2+y^2} dy \right) = 0$

$\Rightarrow \dfrac{x}{x^2 \cancel{+y^2}} dx = \dfrac{y}{\cancel{x^2+y^2}} dy$

$\Rightarrow x\,dx = y\,dy \qquad \Rightarrow x = y$,

خطوط الشياب الحقل في المستقيمات التي معادلتها $y = x$

سطوح تساوي الكمون:

$\vec{E} \perp \overrightarrow{dl} \Leftrightarrow \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$.

$\Leftrightarrow \dfrac{x\,dx}{x^2+y^2} = \dfrac{-y\,dy}{x^2+y^2}$

$x^2 + y^2 = a$

⇐ سطوح تساوي الكمون عبارة عن دوائر مركزها O .

- عندما يكون خط الشحنات بالنقطة $(x_0, y_0) \in$ نفس العمل

مع الإزاحة ب (x_0, y_0)

$\vec{E} = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0 \left((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2\right)} \left((x-x_0)\vec{i} + (y-y_0)\vec{j}\right)$

حل ت 2 سلسلة 3:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{(x-x_0)\vec{i} + (y-y_0)\vec{j}}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}$$

باستعمال نتائج التمرين السابق:

$(-3,0,0)$; $(3,0,0)$

$$\vec{E}_{+\lambda} = \frac{\lambda^+}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(x-3)\vec{i} + (y-0)\vec{j}}{(x-3)^2 + (y-0)^2}\right)$$

$$\vec{E}_{-\lambda} = \frac{\lambda^-}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(x-(-3))\vec{i} + (y-0)\vec{j}}{(x+3)^2 + (y-0)^2}\right)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{+\lambda} + \vec{E}_{-\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(x-3)\vec{i} + y\vec{j}}{(x-3)^2 + y^2}\right) - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(x+3)\vec{i} + y\vec{j}}{(x+3)^2 + y^2}\right)$$

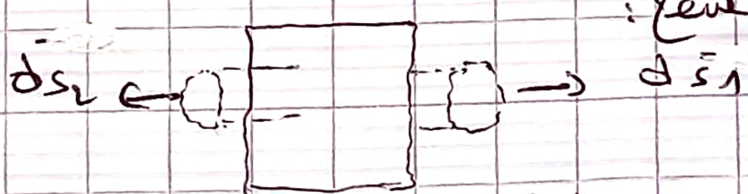
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(x-3)\vec{i} + y\vec{j}}{(x-3)^2 + y^2} - \frac{(x+3)\vec{i} + y\vec{j}}{(x+3)^2 + y^2}\right)$$

الحقل عند أي نقطة من الفضاء:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{x\vec{i} + y\vec{j} + 3\vec{k}}{x^2 + y^2 + z^2}\right)$$

حل ت 3:

نختار السطح غوص لكل صفيحة أسطوانة عمودية على السطح:



$$\phi = \phi_{s_1} + \phi_{s_2} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$= \oint_{S_1} E\,dS_1 + \oint_{S_2} E\,dS_2 = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$+\sigma$ $-\sigma$

الحقل الناتج بين السطحين:

$$E_T = E_{+\sigma} + E_{-\sigma} = 2E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

الحقل خارج السطحين = 0

• حساب فرق الكمون:

نعلم أن:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$$

$$\Rightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial r}$$

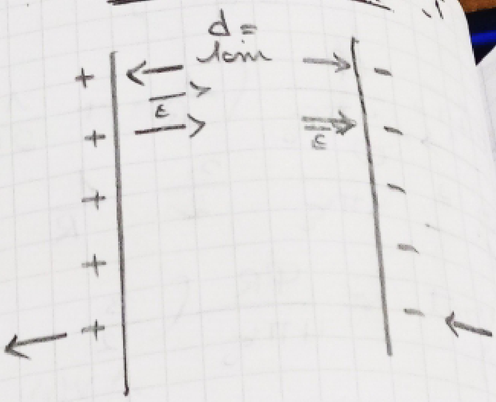
$$\Rightarrow \partial V = -E\,dr$$

$$\partial V = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,dr$$

$$\Rightarrow V = \int_0^d dV = \int_0^d -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,dr$$

$$\Rightarrow V = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\, r\Big]_0^d = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\, d$$

أ. بين السطحين:



$$\vec{E}_{int} = \frac{\sigma}{2\varepsilon}\vec{u_r} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{u_r}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_{int} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u_r}}$$

ب. خارج السطحين:

$$\boxed{E_{ext} = 0}$$

2- فرق الكمون:

$$V = -\frac{E}{d}$$

$$\boxed{V = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0 . d}}$$

ت 04:

1- حساب الحقل الكهربائي

من أجل $a < r < b$

$$\phi = \oiint \vec{E}.\vec{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$= E.S = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$= E\,2\pi r \cancel{l} = \frac{\lambda \cancel{l}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \times \frac{1}{r}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \times \frac{1}{r}\vec{u_r}}$$

حساب الكمون:

$$V = -\oint E.dr$$

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \times \ln r + C$$

لدينا

$$r = b \Leftarrow\Rightarrow V_b = 0$$

$$V_b = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \times \ln b + C = 0$$

$$C = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \times \ln b$$

ومنه

$$\boxed{V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \times \ln\left(\frac{b}{r}\right)}$$

2- حساب الحقل الكهربائي

⇐ من أجل $r > b$:

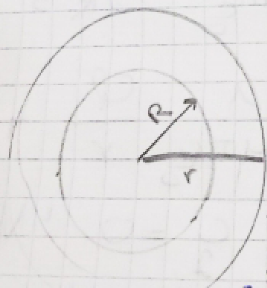
$$Q_{int} = 0 \Rightarrow E = 0$$

لأن $(Q_{int} = \lambda l - \lambda l = 0)$

⇐ من أجل $r < a$:

$$Q_{int} = 0 \Rightarrow E = 0$$

ت 05:



1- حساب الحقل

من أجل r . φ و R

1- داخل الكرة:

نختار كرة نسطح غوص

لدينا: $\phi = \oiint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$$E.S = \frac{\rho . V}{\varepsilon_0}$$

$$E\,4\pi R^2 = \frac{\rho \times \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} = Q_{int}$$

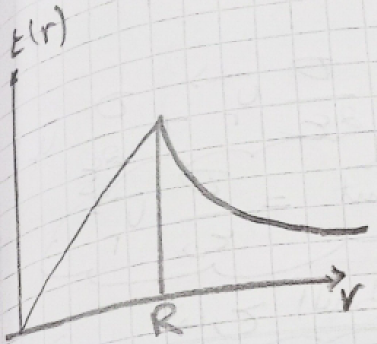
$$E = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

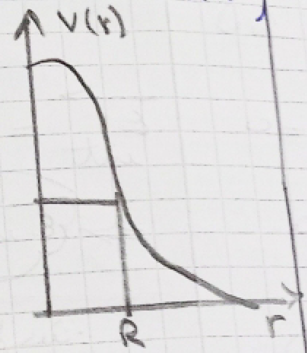
$\times \frac{\rho R^2}{2R^3}]$

$$C_1 = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right)$$

$$C_1 = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{3}{2}\,\frac{1}{R}$$

$$V_{ext} = \frac{\rho R}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^3}{2R^2}\right)$$





ج حالة توزع الكرة بإنتظام على السطح اذن

$\rho = 0$ د ولدينا $S = 2\pi R^2$ = د سطح الكرة

ونتبع نفس المراحل

ت 06 :

$$\vec{E} = \frac{Q_{int}}{4\varepsilon_0\pi R^3}\vec{u_r}$$

$$E = \frac{\rho \frac{4}{3}\cancel{\pi} r^3}{4\cancel{\pi}\varepsilon_0 R^2}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho r^3}{3\varepsilon_0 R^2}}$$

في حالة $r = R$

$$\boxed{E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r}$$

ب. خارج الكرة $r > R$

$$E\,4\pi r^2 = \frac{Q = \rho \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0}$$

وعليه

$$\boxed{E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\vec{u_r}}$$

الكمون:
تكامل العلاقة ②

$$V_{int} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q r}{2R^3} + C_1$$

$$V_{ext} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} + C_2$$

$V(\infty) = 0$ ،
$\Rightarrow C_2 = 0$

بما أن الكمون مستمر

$r = R \Leftarrow V_{ext} = V_{int}$

نعوض ونجد

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$