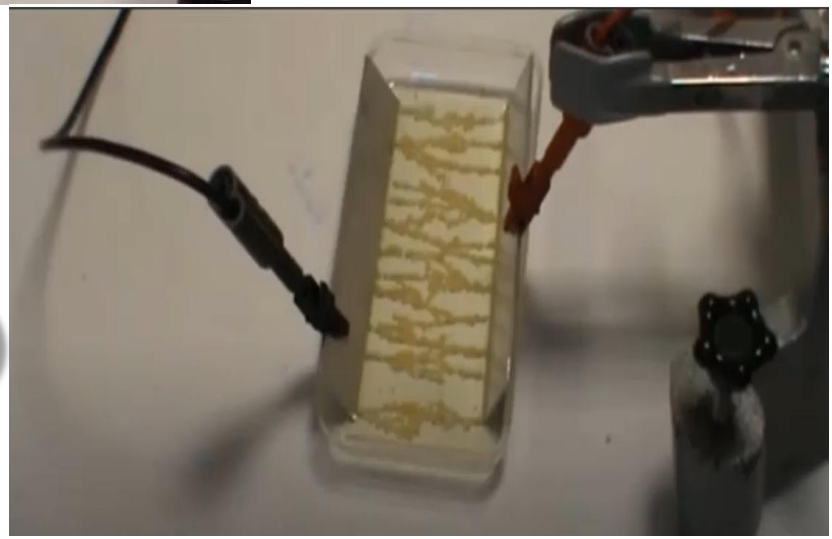
F.BABAG

La Machine de Wimshurst



الكهرباء الساكنة
I/(ELECTROSTATIQUE)

4) الطاقة الكهروستاتكية

الدكتورة باباغيو ف

مقياس: الكهرباء1 - ف122 - السنة أولى علوم دقيقة

4) الطاقة الكهروستاتكية

4 ـ الطاقة الكهروستاتيكية

الطاقة الكامنة الكهروستاتيكية لشحنة نقطية

الطاقة الكامنة الكهربائية أو الكهروستاتيكية لشحنة نقطية واحدة موضوعة داخل حقل كهربائي خارجي (ناتج عن مجموعة من الشحنات) تساوي العمل المبذول لجلب هذه الشحنة من مالانهاية إلى موضعها النهائي.

لكي تتحرك الشحنة q من A إلى B داخل حقل كهربائي E ، العمل المبذول أو عمل القوة الكهربائية هو:

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = q.V$$

لكي تتحرك الشحنة q من ∞ حيث الكمون $V(\infty)=0$ إلى موضعها في النقطة M داخل حقل كهربائي E ، العمل المبذول أو عمل القوة الكهربائية هو:

$$W_{\infty\to M}=\int_{\infty}^{M}-q\vec{E}.\overrightarrow{dr}=q\int_{\infty}^{M}-\vec{E}.\overrightarrow{dr}=q\int_{\infty}^{M}dV=q\big(V(M)-V(\infty)\big)=qV(M)$$

إذن الشحنة الكهربائية التي تتحرك من مالانهاية إلى موضعها في النقطة M تملك طاقة كامنة كهربائية تكتب من الشكل:

$$E_p(M)=qV(M)$$

الطاقة الداخلية لمجموعة من الشحنات النقطية

لتكن n شحنة نقطية q_1 ، ..... ، q_n موضوعة في النقاط A_1 ، ..... ، A_n في الفضاء.

كل شحنة يؤثر عليها الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنات الأخرى. في البداية كل الشحنات متباعدة عن بعضها البعض في المالانهاية.

تعرف الطاقة الكامنة لمجموعة من الشحنات النقطية بالعمل اللازم انجازه لتجميع هذه الشحنات وذلك بجلب كل شحنة من المالانهاية .

نفرض ان الشحنات في حالة سكون وعندما تكون على ابعاد لانهائية من بعضها البعض الاخر يمكن حساب الطاقة لمجموعة مكونة من شحنتين q_1, q_2 . ان نقل الشحنة q_1 من اللانهاية ووضعها في مكان لايتطلب انجاز عمل .

$$W_1 = 0$$

ولكن نقل الشحنة q_2 من اللانهاية ووضعها على بعد r من q_1 يتطلب انجاز عمل قدره

$$W_2 = q_2 V_1$$

حيث ان V_1 يمثل الكمون الكهربائي للشحنة q_1 على بعد r قدره

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$$

$$W_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

$$W = W_1 + W_2 = 0 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

وهو نفسة الطاقة الكامنة بالنسبة لشحنة نقطية

$$E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

بنفس الطريقة يمكننا حساب الطاقة الكامنة لمجموعة تتكون من ثلاث شحنات

$$W_1 = 0$$
$$W_2 = q_2 V_1$$
$$W_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

المجموع الجبري للكميات الثلاثة

$$E_P = W_1 + W_2 + W_3$$

$$E_P = 0 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

$$E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right]$$

بصفة عامة الطاقة الداخلية لجملة من الشحنات:

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\sum_{j}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\sum_{i} q_i V_i$$

إضافة $\frac{1}{2}$ لأن التأثير بين الشحنات q_i و q_j يكون مكتوبا مرتين.

مثال

نضع أربع شحنات كهربائية q متماثلة على رؤوس مربع ضلعه a كما هو موضح في الشكل.

1- أكتب عبارة الكمون الكهربائي الناتج في النقطة O .

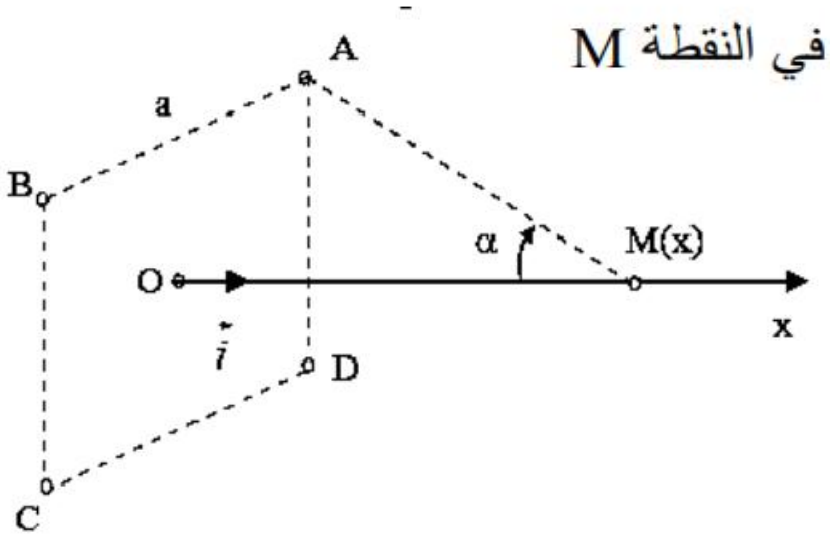
2- أكتب عبارة الكمون الكهربائي الناتج في النقطة M على المحور Ox حيث OM=x

3- استنتج عبارة الحقل الكهربائي الناتج في النقطة M .

4- نضع شحنة q– في النقطة M اكتب عبارة القوة الكهربائية المطبقة على هذه الشحنة.

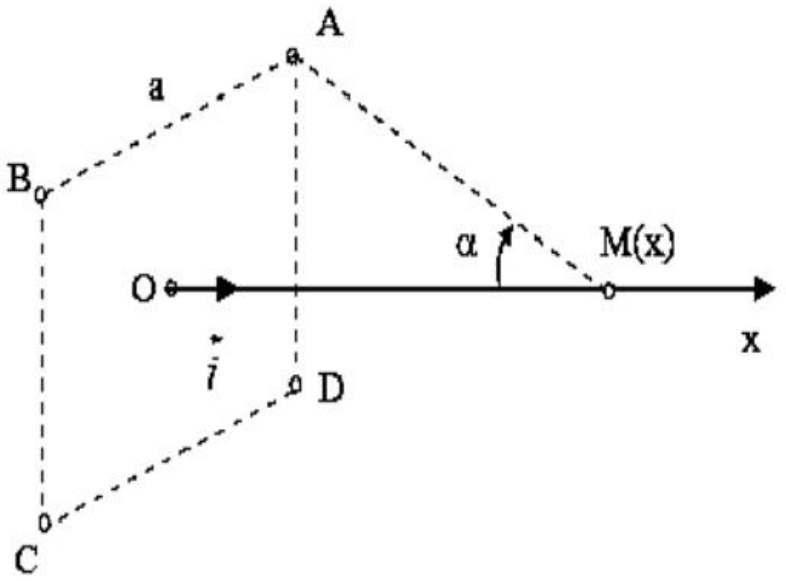
5- استنتج بطريقتين مختلفتين عبارة الطاقة الكامنة لهذه الشحنة الموضوعة في النقطة M

6- اكتب عبارة الطاقة الداخلية للشحنات الأربعة الموجبة.



الحل

-



1- عبارة الكمون الكهربائي الناتج في النقطة O .

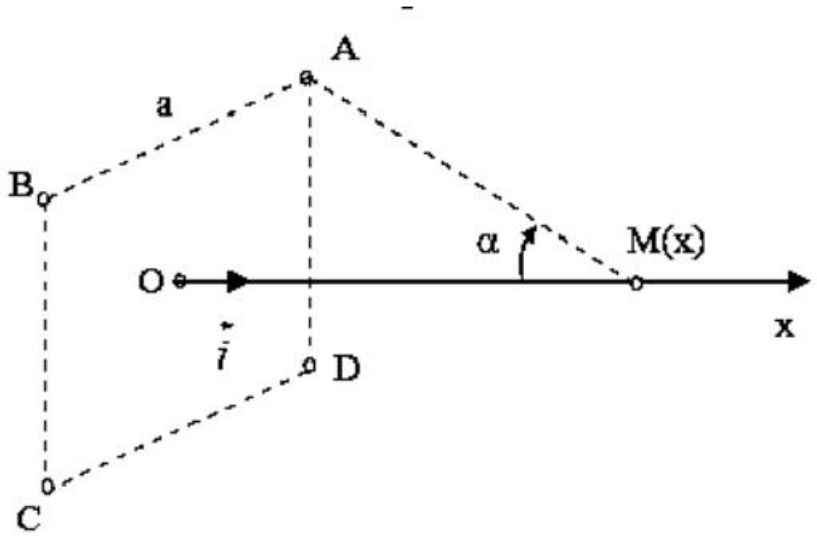
$$V(0)=\sum_{i=1}^{4}V_i(0)=k.q\left(\frac{1}{\frac{a}{\sqrt{2}}}+\frac{1}{\frac{a}{\sqrt{2}}}+\frac{1}{\frac{a}{\sqrt{2}}}+\frac{1}{\frac{a}{\sqrt{2}}}\right)=kq\frac{4\sqrt{2}}{a}$$

2- عبارة الكمون الكهربائي الناتج في النقطة M على المحور Ox حيث OM=x .

$$V(M)=\sum_{i=1}^{4}V_i(M)=k.q\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+x}}+\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+x}}+\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+x}}+\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+x}}\right)$$

$$=kq\frac{4}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+x^2}}$$

3- استنتاج عبارة الحقل الكهربائي الناتج في النقطة M .



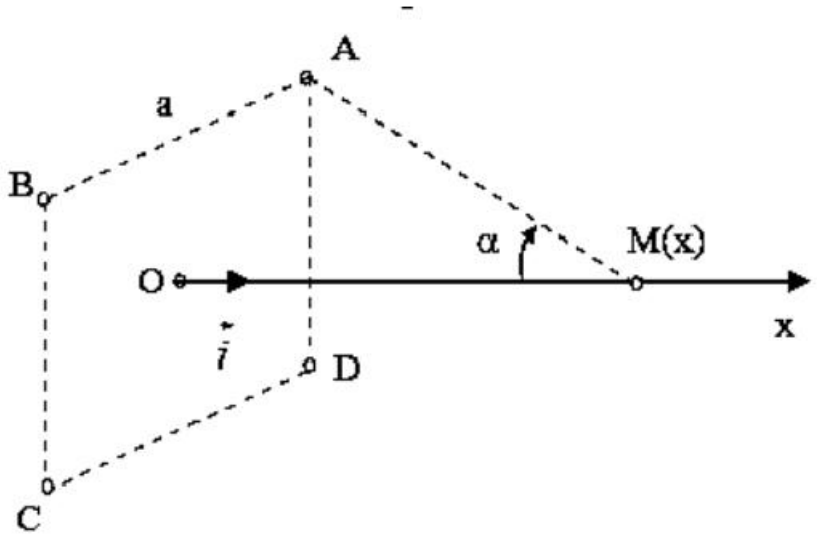
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \rightarrow E_y = E_z = 0$$

$$E_x = -\frac{\partial\left(kq\frac{4}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+x^2}}\right)}{\partial x}$$

$$\vec{E}_x = k\frac{4xq}{\left(\frac{a^2}{2}+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}\vec{i}$$



4- عبارة القوة الكهربائية

$$\vec{F}(M) = -q.\vec{E}_x = -k\frac{4xq^2}{(\frac{a^2}{2}+x^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{i}$$

5- عبارة الطاقة الكامنة لهذه الشحنة الموضوعة في النقطة M

الطريقة الأولى: $E_p = -q.V(M) = -kq^2 \frac{4}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+x^2}}$.

الطريقة الثانية $W = -\mathrm{d}E_p = -F.dx$

$$E_p = \int_0^{Ep(x)} dE_p = -\int_{x=\infty}^{x} F.dx = \int_{\infty}^{x} k\frac{4xq^2}{(\frac{a^2}{2}+x^2)^{\frac{3}{2}}}dx$$

$$E_p = -kq^2 \frac{4}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+x^2}}$$

6- اكتب عبارة الطاقة الداخلية للشحنات الأربعة الموجبة.

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4} q_i V(M_i)$$

الكمون في النقاط D، C ، B، A متساوي

$$V(A) = V(B) = V(C) = V(D) = k.\frac{q}{a} + k.\frac{q}{a} + k.\frac{q}{\sqrt{2}a} = \frac{k.q}{a}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= k.q\frac{4+\sqrt{2}}{2a}$$

$$U = \frac{1}{2}.4\left(k.q\frac{4+\sqrt{2}}{2a}\right) = k.q\frac{4+\sqrt{2}}{a}$$

شكرا على المتابعة