المدرسة العليا للأساتذة بالأغواط

التخصص: ع. د. ثانوي + متوسط

المستوى: سنة أولى

التاريخ : 22 - 06 - 2019

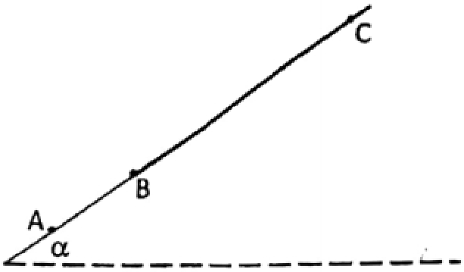
المدة: ساعة و 30 د

المقياس : الميكانيك 1

الامتحان الثاني

التمرين الأول (12 نقطة)

يقذف جسم نقطي m من نقطة A نحو نقطة C بسرعة ابتدائية $V_A = 5,1\ \frac{m}{s}$ على مستو مائل عن الأفق بزاوية α (أنظر الشكل المقابل) ، المسار AC مكون من جزئين ، الأول أملس تماما AB والثاني خشن BC



1 – قم بإحصاء القوى المؤثرة على الجسم ومثلها وذلك في جزئي المسار 3P

2 – جد عبارة تسارع الجسم في جزئي المسار ثم احسبه 2P

3 – جد عبارة سرعة الجسم عند B ثم احسبها 1P

4 – تنعدم سرعة الجسم عند نقطة D بين B و C

حدد بعد D عن A (العبارة الحرفية ثم التطبيق العددي) 2P

5 – مثل القوى المؤثرة على الجسم بعد انعدام السرعة واحسب تسارع الجسم 2P

6 - ما هي أصغر سرعة ابتدائية يقذف بها الجسم حتى يصل إلى C 1P

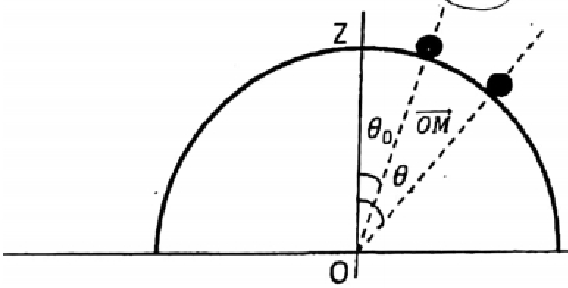
يعطى : $AB = 1\ m$ ، $BC = 4\ m$ ، $\alpha = 30°$ ، $g = 10$ ، $\mu_g = \frac{\sqrt{3}}{5}$

التمرين الثاني (8 نقاط)

نقطة مادية كتلتها m تنزلق دون احتكاك على طريق دائري الشكل نصف قطره R (أنظر الشكل المقابل)

يترك الجسم بدون سرعة ابتدائية من وضعية يصنع فيها شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$ زاوية θ_0 مع الشاقول $\overrightarrow{OZ}$

1 – قم بإحصاء القوى المطبقة على الجسم ومثلها على الشكل تمثيلا كيفيا في وضعية كيفية θ . 1P



2 – قم بتطبيق القانون الثاني لنيوتن وإسقاط العلاقة الشعاعية في معلم فريني 2P

3 - جد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن السرعة بدلالة الزاوية θ (من أجل ذلك قم بضرب المعادلة المناسبة في $(\omega = \frac{d}{dt} = \frac{V}{R})$. 1,5P

4 - كاملها للحصول على عبارة السرعة بدلالة θ 0,5P

5 – جد عبارة رد الفعل الناظمي للمستوي على الجسم. 1P

6 – من أجل $\theta_0 = \frac{}{6}$ جد قيمة θ التي من أجلها يغادر الجسم المستوي. 1P

7 - بتطبيق نظرية الطاقة الحركية جد عبارة السرعة بدلالة θ المتحصل عليها في السؤال 3. 1P

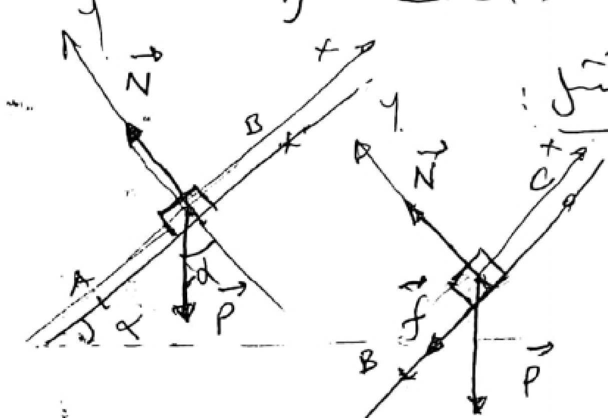
تصحيح الامتحان الثاني
ميكانيك

1- إحصاء القوى وتمثيلها [3p]

AB لا يوجد احتكاكات إذاً:
- الثقل $\vec{P}$
- رد الفعل الناظمي للمستوى $\vec{N}$

BC يوجد احتكاكات إذاً:
- الثقل $\vec{P}$
- رد الفعل الناظمي $\vec{N}$
- الاحتكاك $\vec{f}$

التمثيل:



2- عبارة تسارع الجسم [3p]

الجزء AB:
تطبيق القانون الثاني لنيوتن
$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}_1$ 0,25
الإسقاط على المحاور:
OX: $-P\sin\alpha = m\gamma_1$ 01
OY: $-P\cos\alpha + N = 0$
إذاً $\boxed{\gamma_1 = -g\sin\alpha}$ 01

الجزء BC: نطبق القانون الثاني لنيوتن
$\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{\gamma}_2$ 0,25
بالإسقاط
OX: $-P\sin\alpha - f = m\gamma_2$
$-P\cos\alpha + N = 0$

ولدينا $N = P\cos\alpha$ و $f = \mu_g N$
$-P\sin\alpha - \mu_g P\cos\alpha = m\gamma_2$
$\Rightarrow \boxed{\gamma_2 = -g(\sin\alpha + \mu_g\cos\alpha)}$ 01

التطبيق العددي
$\gamma_1 = -5\ m/s^2$ 0,5
$\gamma_2 = -8\ m/s^2$ 0,5

3- عبارة سرعة الجسم عند B [1p]

بما أن الحركة متغيرة بانتظام نطبق
العلاقة المستقلة عن الزمن بين A و B
$\boxed{V_B^2 - V_A^2 = 2\gamma_1 AB}$ 0,25
$V_B^2 = 2\gamma_1 AB + V_A^2$ 0,25
$\boxed{V_B^2 = -2g\sin\alpha\, AB + V_A^2}$ 0,25
تطبيق عددي:
$V_B = \sqrt{-2\times 5.1 + 26,01}$
$\boxed{V_B = 4\ m/s}$ 0,5

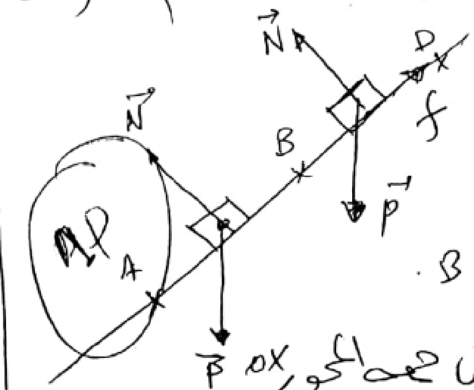
4- البعد AD

$AD = AB + BD$ 01
لإيجاد BD نطبق أيضاً العلاقة
المستقلة عن الزمن بين B و D
$V_D^2 - V_B^2 = 2\gamma_2 BD$, $V_D = 0$ 0,25
$BD = -\frac{V_B^2}{2\gamma_2}$ 01
$AB = \frac{V_B^2}{2\gamma_2}$ 01

تطبيق عددي :

$AD = 1 + \frac{16}{2\times 8} = 2m$ 0,25

5- تمثيل القوى بعد انعدام السرعة



- الاحتكاك تغير اتجاهه بين B و D

- لا تغيير بين A و B.

اذا حافظنا على نفس المحور ox فإنه عبارة التسارع في الجزئين تصبح :

بين BD :

$\gamma_2' = -g(\sin\alpha - \mu_g \cos\alpha)$ 0,5

بين AB :

$\gamma_1' = -g\sin\alpha$

تطبيق عددي

$\gamma_1' = -5 m/s$ 0,25

$\gamma_2' = -2 m/s$ 0,25

6- أصغر سرعة ابتدائية :

أصغر سرعة نعطيها إلى الجسم عند A حتى نصل إلى C هي التي تجعل السرعة تنعدم عند C بالضبط

$V_C = 0 \Rightarrow$ 0,25

نحسب أولا V_B بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن بين C, B

$V^2 - V_0^2 = 2\gamma_2 BC$

$V_B^2 = -2\gamma_2 BC$

$\boxed{V_B = \sqrt{-2\gamma_2 BC}}$ 0,25

ت ع $V_B = \sqrt{64} \Rightarrow 8 m/s$

نحسب الآن V_A بتطبيق ع المستقلة عن الزمن بين A و B

$V_B^2 - V_A^2 = 2\gamma_1 AB$

$V_A^2 = V_B^2 - 2\gamma_1 AB$

$\boxed{V_A = \sqrt{V_B^2 - 2\gamma_1 AB}}$ 0,25

ت ع : $V_A = \sqrt{64 + 10}$

$\boxed{V_A = \sqrt{74} = 8,6 m/s}$ 0,25

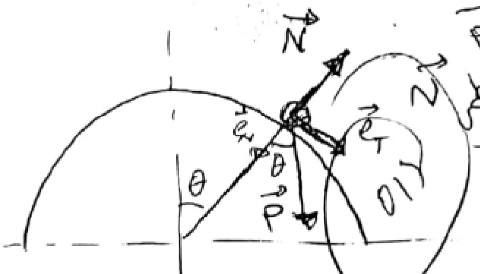
التمرين

1- احصاء القوى وتمثيلها : 1p

يخضع الجسم إلى :

$\vec P$ ثقله 0,5

$\vec N$ رد الفعل الناظم 0,5



2- كتابة قانون نيوتن والاسقاط 2p

نطبق القانون الثاني لنيوتن .

$\vec P + \vec N = m\vec\gamma$ 0,5

نختار المعلم الذاتي (فريني) للاسقاط .

$\vec e_T : P\sin\theta = m\gamma_T = m\frac{dV}{dt}$ (1)

$\vec e_N : P\cos\theta - N = m\gamma_N = m\frac{V^2}{R}$ (2)

3- المعادلة التفاضلية

نضرب المعادلة (1) في $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{V}{R}$

نجد :

$mg\sin\theta \frac{d\theta}{dt} = m\frac{dV}{dt}\frac{V}{R}$

$$\boxed{gR\sin\theta \, d\theta = V\,dV}$$

4- المكاملة وعبارة V :

$\frac{V^2}{2} = -gR\cos\theta + C$

عند $\theta = \theta_0$ لدينا $V = 0$

$-gR\cos\theta_0 + C = 0$

$C = gR\cos\theta_0$

$\frac{V^2}{2} = -gR\cos\theta + gR\cos\theta_0$

$$\boxed{V = \sqrt{2gR(\cos\theta_0 - \cos\theta)}}$$

نأخذ المعادلة (2)

$P\cos\theta - N = m\frac{V^2}{R}$

$N = P\cos\theta - m\frac{V^2}{R} \Rightarrow$

$N = P\cos\theta - 2mg(\cos\theta_0 - \cos\theta)$

$$\boxed{N = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_0)}$$

6- قيمة θ عند المغادرة : 2p

$\theta_0 = \pi/6$

عند المغادرة $N = 0$

$mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_0) = 0$

$3\cos\theta = 2\cos\theta_0$

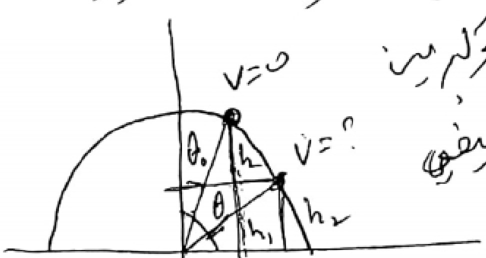
$\Rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{2}{3}\cos\theta_0} \Rightarrow$

$\cos\theta = \frac{2}{3}\frac{\sqrt3}{2} = 1/\sqrt3 \Rightarrow$

$$\boxed{\theta = 54{,}7°}$$

7- عبارة V بتطبيق نظرية الطاقة الحركية .

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين θ_0 و θ كيفي



$\Delta E_c = \sum W(\vec F) = W(\vec P) + W(\vec N)$ 0,5

$W(\vec N) = 0$ لأن $\vec N$ عمودي على المسار

$W(\vec P) = P h = mg(h_1 - h_2) = mgR(\cos\theta_0 - \cos\theta)$ 0,25

$\Delta E_c = \frac12 mV^2 - \frac12 mV_0^2 \Rightarrow \Delta E_c = \frac12 mV^2$ 0,25

$\frac12 mV^2 = mgR(\cos\theta_0 - \cos\theta)$

$V = \sqrt{2gR(\cos\theta_0 - \cos\theta)}$