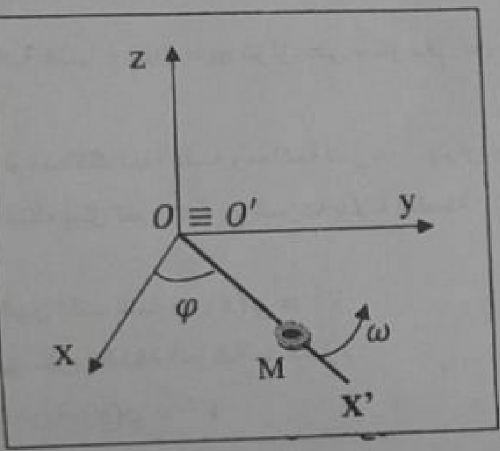
المدرسة العليا للأساتذة بالأغواط	
المستوى : سنة أولى علوم دقيقة ثانوي ومتوسط	التاريخ : 06 - 06 - 2023 م
الامتحان الثاني في ميكانيك 1	المدة : ساعة ونصف (1 سا و 30 د)

التمرين الأول (5 نقاط)

معلم $R'(O'x'y'z')$ يدور حول المحور Oz لمعلم ساكن $R(Oxyz)$ بسرعة زاوية ثابتة ω في الاتجاه المعاكس لعقارب الساعة بحيث O' ينطبق على O .



1 -أكتب شعاع سرعة الدوران $\vec{\Omega}$ في المعلمين

2 - اكتب عبارات $\vec{i'}$ و $\vec{j'}$ بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$

نقطة مادية تتحرك على المحور $O'x'$ بحيث يعطى شعاع موضعها

$$\overrightarrow{O'M} = 2a\cos(\varphi)\vec{i'} \quad \text{حيث} \quad \varphi = \omega t$$

A/ جد عبارات السرعة النسبية وسرعة الجر واستنتج عبارة السرعة المطلقة

B / جد عبارات التسارع النسبي وتسارع الجر وتسارع كوريوليس واستنتج عبارة التسارع المطلق

يعطى :

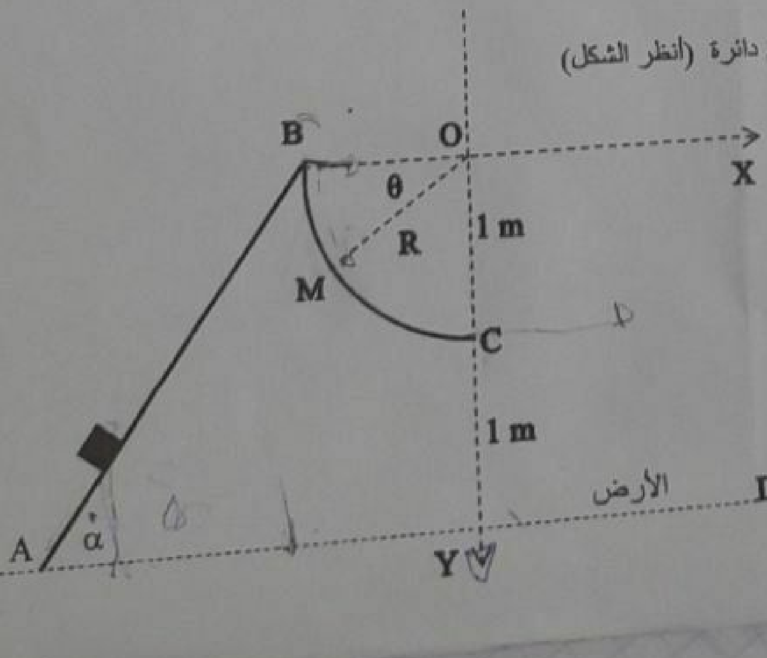
$$\vec{\gamma}_e = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}\right) + \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O'M}$$

$$\vec{\gamma}_C = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V_r}$$

التمرين الثاني (9 نقاط) - في كل التمرين تعطى العبارة الحرفية ثم التطبيق العددي -

- مسلك ABC مكون من جزئين AB مستقيم و BC ربع دائرة (أنظر الشكل)

يوجد احتكاك على AB فقط وهو قوة ثابتة قيمتها $f = \frac{mg}{4} N$



I - يقذف جسم نقطي من النقطة A بسرعة ابتدائية V_A

1 – بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد عبارة تسارع الجسم على AB

2 – جد عبارة السرعة عند B

3 – جد أصغر قيمة لـ V_A حتى يصل الجسم إلى B

II - يغادر الجسم B نحو C بسرعة معدومة

1 – جد عبارة سرعة الجسم في النقطة M بدلالة θ

2 – جد عبارة رد فعل المستوي على الجسم.

3 – استنتج قيمة السرعة عند C واتجاها بالنسبة للمحور Ox

III - يغادر الجسم المنحنى عند C في لحظة نعتبرها مبدا للأزمنة

1 – جد معدلة المسار واحداثيات نقطة السقوط

2 – احسب قيمة سرعة الوصول إلى D وكذا اتجاهها بالنسبة لـ Ox .

للتطبيق العددي في كل $m = 200\,g \quad \alpha = 30^\circ \;,\; \theta = 30^\circ \;, g = 10\; m/s^2$

التمرين الثالث (6 نقاط)

نقطة مادية كتلتها m = 200 g تنزلق على مستو مائل عن الأفق بزاوية α . تنطلق من النقطة O مبدأ المعلم بسرعة ابتدائية V_0 ، توجد على طول

المسار قوة احتكاك ثابتة القيمة ومعاكسة للسرعة. يتوفر جهاز مناسب يقيس سرعة الحركة في كل موضع من مواضع الجسم،

والبيان أسفله يمثل تغيرات مربع السرعة بدلالة الفاصلة $V^2 = g(x)$

1 – من البيان أكتب العبارة $V^2 = g(x)$

2 – بتطبيق نظرية الطاقة الحركية جد العبارة

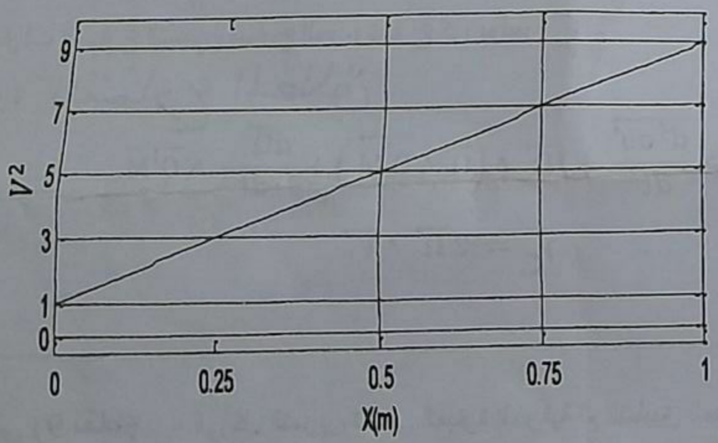
النظرية $V^2 = g(x)$

3 – استنتج قيمة f

4 – عند الفاصلة $x = 0.5\,m$ تصبح الطاقة الميكانكية ضعف الطاقة الحركية أثبت من ذلك أن مرجع الطاقات الكامنة يكون عند $x = 1\,m$.

5 – جد عبارات كل من E_c و E_p و E_M بدلالة x

6 – مثل المقادير الثلاثة السابقة على نفس البيان



التمرين الأول :

1) عبارة $\vec{\Omega}$:

- طويلة $\vec{\Omega}$ هي ω - حامله محور الدوران Oz
- جهته هي $\vec{K}$ لأن الدوران عكس عقارب الساعة . إذاً :

$$\boxed{\vec{\Omega} = +\omega \vec{K}}$$ 0,5

- بما أن Oz لايدور فإن $\vec{K'} = \vec{K}$ إذاً :

$$\boxed{\vec{\Omega} = +\omega \vec{K'}}$$ أيضا .

2) عبارة $\vec{i'}$ ، $\vec{j'}$:

$$\boxed{\vec{i'} = \cos\varphi\, \vec{i} + \sin\varphi\, \vec{j}}$$ 0,5

$$\boxed{\vec{j'} = -\sin\varphi\, \vec{i} + \cos\varphi\, \vec{j}}$$

II - A) $\vec{V_a}$ ، $\vec{V_r}$ ، $\vec{V_e}$:

$$\vec{V_r} = \frac{d\vec{OM}}{dt}\Big)_{R'}$$ 0,25

$$\vec{OM} = 2a\cos\varphi\, \vec{i'} \quad , \quad \vec{i'} = cte$$

$$\boxed{\vec{V_r} = -2a\omega \sin\varphi\, \vec{i'}}$$ 0,5

$$\vec{V_e} = \cancel{\frac{d\vec{OO'}}{dt}\Big)_R} + \vec{\Omega} \wedge \vec{OM}$$ 0,25

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{OM} = \omega \vec{k'} \wedge 2a\cos\varphi\, \vec{i'}$$

$$\boxed{\vec{V_e} = 2a\omega\cos\varphi\, \vec{j'}}$$ 0,5

$$\vec{V_a} = \vec{V_e} + \vec{V_r} \rightarrow \boxed{\vec{V_a} = -2a\omega\sin\varphi\, \vec{i'} + 2a\omega\cos\varphi\, \vec{j'}}$$ 0,25 0,25

B) $\vec{\gamma_a}$ ، $\vec{\gamma_c}$ ، $\vec{\gamma_e}$ ، $\vec{\gamma_r}$:

$$\vec{\gamma_r} = \frac{d\vec{V_r}}{dt}\Big)_{R'} = -2a\omega^2\cos\varphi\, \vec{i'}$$

$$\boxed{\vec{\gamma_r} = -2a\omega^2\cos\varphi\, \vec{i'}}$$ 0,5

$$\vec{\gamma_e} = \cancel{\frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2}} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{OM}) + \cancel{\frac{d\vec{\Omega}}{dt}} \wedge \vec{OM}$$

$$\vec{\gamma_e} = \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{OM})$$

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{OM} = 2a\omega\cos\varphi\, \vec{j'}$$

$$\vec{\Omega} = \omega \vec{k'}$$

$$\boxed{\vec{\gamma_e} = -2a\omega^2\cos\varphi\, \vec{i'}}$$ 0,1

$$\vec{\gamma_c} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V_r}$$

$$\vec{\gamma_c} = 2\left(\omega\vec{k'} \wedge (-2a\omega\sin\varphi\, \vec{i'})\right)$$

$$\boxed{\vec{\gamma_c} = -4a\omega^2\sin\varphi\, \vec{j'}}$$ 0,1

$$\vec{\gamma_a} = -2a\omega^2\cos\varphi\, \vec{i'} - 2a\omega^2\cos\varphi\, \vec{i'} - 4a\omega^2\sin\varphi\, \vec{j'}$$ 0,5

$$\boxed{\vec{\gamma_a} = -4a\omega^2\cos\varphi\, \vec{i'} - 4a\omega^2\sin\varphi\, \vec{j'}}$$

التمرين الثاني :

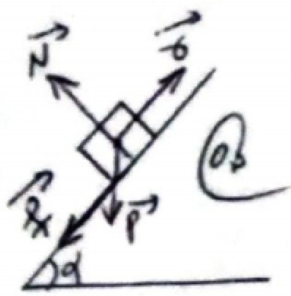
I) الحركة de AB :

1- عبارة التسارع :

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$$ 0,5

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{\gamma}$$

بالإسقاط :



$$\begin{cases} -P\sin\alpha - f = m\gamma \\ -P\cos\alpha + N = 0 \end{cases}$$ 0,5 0,5

$$\boxed{\gamma = -\left(g\sin\alpha + \frac{f}{m}\right)}$$

$$f = \frac{mg}{4} \rightarrow \boxed{\gamma = -\left(g\sin\alpha - \frac{g}{4}\right)}$$ 0,5

CS Scanned with CamScanner

$\rightarrow \boxed{\gamma = -7{,}5\ m/s^2}$

2 - عبارة V_B :

لدينا :

$\boxed{V_B^2 - V_A^2 = 2\gamma \overline{AB}}$ (0,1)

$V_B^2 = V_A^2 - 2g\dfrac{h}{\sin\alpha}$

$\boxed{V_B^2 = V_A^2 - 2gh\dfrac{(\sin\alpha + \frac{1}{4})}{\sin\alpha}}$ (0,5)

3 - أصغر قيمة لـ : V_A يكون ذلك عندما

يصل إلى B بسرعة معدومة (0,5)

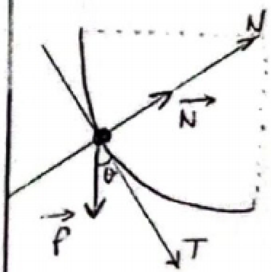
$\boxed{V_A^2 = \dfrac{2gh\,(\sin\alpha + \frac{1}{4})}{\sin\alpha}}$ (0,1)

$V_A^2 = 60 \rightarrow \boxed{V_{A_{min}} = 2\sqrt{15}\ m/s}$

II) - عبارة السرعة :

- نطبق القانون الثاني

لنيوتن :



$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$

- بالإسقاط في المعلم نجد ،

(0,5) $(T):\ P\cos\theta = m\dfrac{dV}{dt}$

$(N):\ N - P\sin\theta = m\dfrac{V^2}{R}$

من المعادلة الأولى :

$\dfrac{dV}{dt} = g\cos\theta$

للتخلص من dt نضرب طرفي المعادلة

في $\dfrac{V}{R} = \omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ ،

$\dfrac{V}{R}\dfrac{dV}{dt} = g\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt}$

$VdV = gR\cos\theta\, d\theta$

بالمكاملة :

$\dfrac{V^2}{2} = gR\sin\theta + C$

عند النقطة B حيث $\theta = 0$ لدينا السرعة معدومة

$\rightarrow 0 = 2gR\sin(0) + C \rightarrow C = 0$

$\rightarrow \boxed{V^2 = 2gR\sin\theta}$ (0,5)

2 - عبارة N :

من المعادلة ② نجد :

$N = P\sin\theta + m\dfrac{V^2}{R}$ (0,1)

$N = mg\sin\theta + 2mg\sin\theta$

$\rightarrow \boxed{N = 3mg\sin\theta}$ (0,5)

3 - قيمة V_C :

عند C لدينا ، $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

$\rightarrow \boxed{V_C = 2Rg}$ (0,1)

$\rightarrow \boxed{V_C = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\ m/s}$

- السرعة دائما مماسية للمسار إذا عند

C تكون أفقية ومنه :

$\begin{cases} V_{xC} = V_C \\ V_{yC} = 0 \end{cases}$ (0,1)

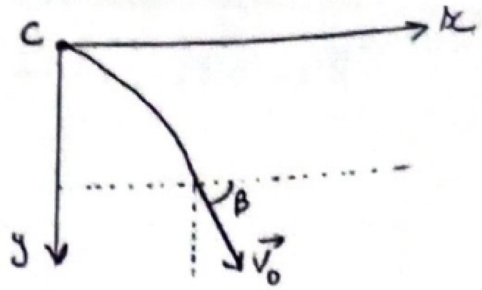
III) - دراسة قذف الجسم ،

- يقذف الجسم عند C بسرعة V_C أفقية

ومنه ،

$\begin{cases} V_{0x} = V_C = 2\sqrt{5} \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$

CS Scanné avec CamScanner



- الجسم يخضع لثقله فقط: $\vec{P}=m\vec{g}$

- بالإسقاط: (0,5)

$$\begin{cases} 0 = m\gamma_x \rightarrow \gamma_x = 0 \\ mg = m\gamma_y \rightarrow \gamma_y = g \end{cases}$$

- الحركة على ox منتظمة بسرعة ثابتة

$$V_x = V_{xc} = V_c$$

- الحركة على oy متغيرة بانتظام بتسارع g وسرعة ابتدائية: $V_{0y} = V_{cy} = 0$

ومنه:

$$x = V_x t + x_0$$

$$y = \frac{1}{2}\gamma_y t^2 + V_{0y} t + y_0$$

- عند $t=0$ لدينا: $x=0 , y=1$

(احداثيات c)

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 2\sqrt{5}\,t \\ y &= 5t^2+1 \end{aligned}}$$

- معادلة المسار:

$$y = 5\frac{x^2}{20} + 1$$

$$\rightarrow \boxed{y = \frac{1}{4}x^2 + 1}$$ (0,5)

- احداثيات D:

$$y_D = 2 \rightarrow 2 = \frac{1}{4}x_D^2 + 1$$

$$\rightarrow x_D^2 = 4 \rightarrow x_D = 2$$

$$\boxed{D(2,2)}$$ (0,25)

2- السرعة عند D واتجاهها:

$$V_{Dx} = V_x = 2\sqrt{5}$$

ولدينا: $x_D = 2$ ومنه نجد t_D:

$$t_D = \frac{x_D}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \rightarrow t_D = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$V_y = 10t \longrightarrow V_{Dy} = 10t_D$$

$$\rightarrow V_{Dy} = 2\sqrt{5}$$

(0,5)

$$\boxed{V_{Dx} = 2\sqrt{5} \ , \ V_{Dy} = 2\sqrt{5}}$$

- الإتجاه:

$$tg\,\beta = \frac{V_{Dy}}{V_{Dx}} = 1$$

ومنه، $\boxed{\beta = 45°}$ (0,5)

التمرين الثالث:

1- عبارة V^2 من البيان:

$$x^2 = ax + b$$ (0,5)

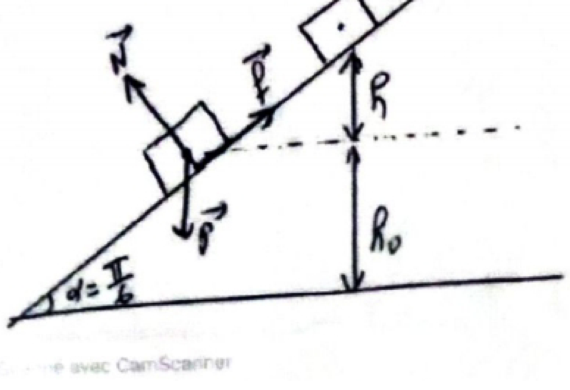
$$a = \frac{9-1}{1-0} = 8 \ , \ b = 1$$

$$\rightarrow \boxed{V^2 = 8x + 1}$$ (0,5)

2- العبارة النظرية لـ V^2:

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F})$$

- القوى هي الثقل $\vec{P}$ - رد الفعل الناظمي $\vec{N}$ - قوة الإحتكاك $\vec{f}$



CS Scanné avec CamScanner

$E_c(0,5) = \frac{1}{2} m V^2(0,5)$

من البيان :

$V^2(0,5) = 5$

$E_c(0,5) = 0,1 \cdot 5 \rightarrow E_c(0,5) = 0,5\,J$

$E_c(1) = \frac{1}{2} m V^2(1) \rightarrow E_c(1) = 0,1 \cdot 9 = 0,9$

$w(\vec{f})_{0,5\to 1} = -f(1-0,5) = -0,2 \cdot 0,5$

$\rightarrow w(\vec{f}) = -0,1$

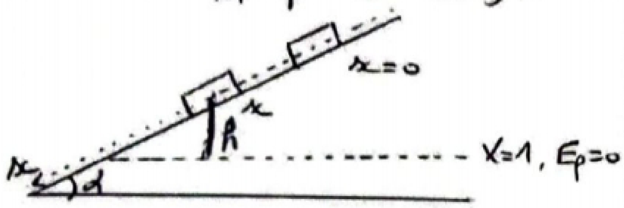
0,1

$\rightarrow E_p(1) = w(\vec{f}) - E_c(1) + 2E_c(0,5)$

$E_p(1) = -0,1 - 0,9 + 1 = 0$

$\rightarrow x = 1$: هو مبدأ الطاقة الكامنة

5. عبارات : E_c ، E_p ، E_M :



$E_c = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m (8x+1)$ 0,5

$\rightarrow \boxed{E_c = 0,8x + 0,1}$ 0,1

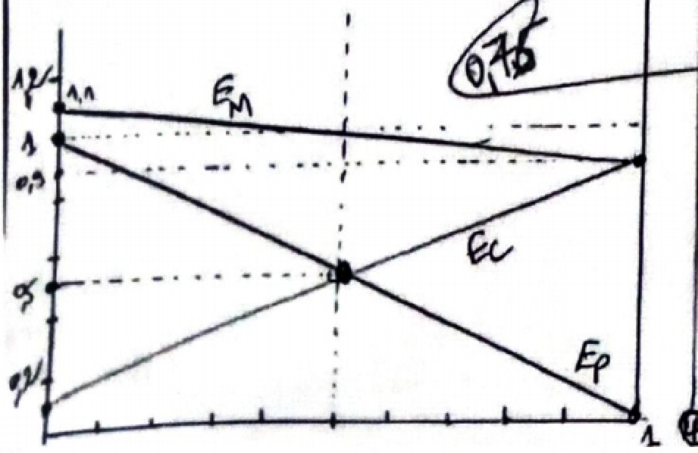
$E_p = mgh\ ;\ h = (1-x)\sin\alpha \rightarrow \boxed{E_p = 1 - x}$

$E_M = E_c + E_p \rightarrow \boxed{E_M = 1,1 - 0,2x}$ 0,25

التحقق : $E_p(1) = 0$

$\left.\begin{array}{l} E_M(0,5) = 1 \\ E_c(0,5) = 0,5 \end{array}\right\}$ $E_M(1) = E_c(1) = 0,9$

0,75



$w(\vec{P}) = mgh$, $h = x\sin\alpha$

$w(\vec{P}) = mgx\sin\alpha$

$w(\vec{N}) = 0$ 0,5

$w(\vec{f}) = -fx$

$E_{c_1} = \frac{1}{2} m V_0^2$, $E_{c_2} = \frac{1}{2} m V^2$

$\frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = mg\sin\alpha\, x - fx$

$$\boxed{V^2 = V_0^2 + 2g\sin\alpha\, x - \frac{2f}{m} x}$$

$\alpha = \frac{\pi}{6}$, $g = 10\,N/kg$, $m = 0,2\,kg$

$V^2 = V_0^2 + 10x - 10fx$

$$\boxed{V^2 = 10(1-f)x + V_0^2}$$ 0,5

3- قيمة f :

بالمقارنة بين المعادلتين ل V^2 : نجد

$\left\{\begin{array}{l} 10(1-f) = 8 \\ V_0^2 = 1 \longrightarrow V_0 = 1 \end{array}\right.$ 0,1

$1 - f = 0,8 \longrightarrow \boxed{f = 0,2\,N}$ 0,1

4- مبدأ الطاقة الكامنة :

$E_c(0,5) = \frac{1}{2} E_M(0,5)$

نبحث عن $E_p(1)$:

- نطبق نظرية الطاقة الميكانيكية :

$E_M(1) - E_M(0,5) = w(\vec{f})$

$E_c(1) + E_p(1) - E_M(0,5) = w(\vec{f})$

$E_M(0,5) = 2E_c(0,5)$ 0,1

$E_p(1) = w(\vec{f}) - E_c(1) + 2E_c(0,5)$

Scanné avec CamScanner