المدرســـــــة العليـــــا للأساتـــــذة بالأغـــــــواط
Ecole Normale supérieure de Laghouat

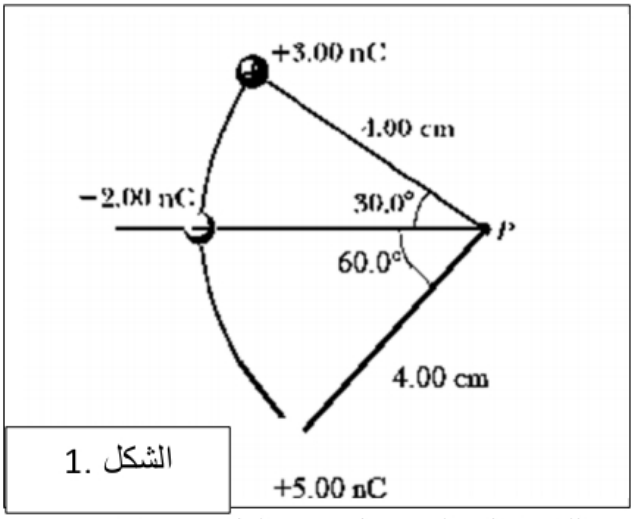
مقرر:الكهرباء — شعبة: علوم دقيقة (السنة1)
الاثنين **08 مارس2020** — مدة الإمتحان:**1** سا **30** د

امتحـــان السداسي الأول

التمرين الأول:(5 نقاط)

ثلاثة شحنات نقطية موضوعة على قوس دائري كما هو موضح في الشكل 1.

1- أكتب عبارة الحقل الكهربائي عند النقطة P ، عند مركز القوس؟أحسب قيمته.



الشكل 1.

2- أحسب الكمون الكهربائي في النقطة P .

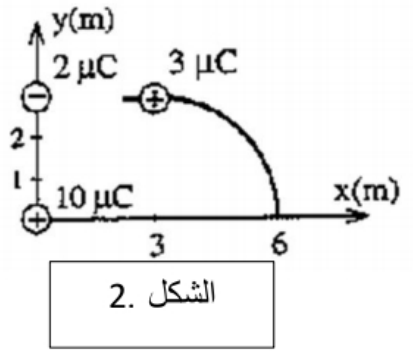
3- نضع شحنة رابعة قيمتها q_p= -5.00nC في النقطة P.

4-1. أحسب القوة الكهربائية المؤثرة على الشحنة q_P.

4-2.الطاقة الكامنة لهذه الشحنة.

التمرين الثاني:(5 نقاط)

كرية ذات كتلة 2g مشحونة بشحنة 3μC تنزلق بدون احتكاك على سلك عازل على شكل ربع حلقة موجود في المستوي *xOy* بين النقطتين (3 ,3) و (6, 0) موضوعة داخل حقل كهربائي ناتج عن الشحنات q_1=10μC موضوعة في النقطة (0, 0) و q_2=2μC موضوعة في النقطة (0, 3) كما هو موضح الشكل.3.



الشكل 2.

1. أحسب كمون الكرية في بداية المسار و نهايته.

2. أحسب سرعة الكرية عند نهاية المسار أي في النقطة (6, 0) .

ملاحظة:نهمل ثقل الكرية و نعتبرها شحنة نقطية.

مسألة (10نقاط)

I) نعتبر اسطوانة مجوفة (S) نصف قطرها (R) لا متناهية الطول مشحونة بكثافة سطحية σ>0 موزعة بانتظام على سطح الاسطوانة(شكل.3). لتكن M نقطة من الفضاء .

1) بين اتجاه و حامل شعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$.

2) a) اختر سطح غوس المناسب في هذه الحالة و برر اختيارك.

b) أكتب عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ عند النقطة M من الفضاء في الحالتين: (r > R و r < R).

3) a) ارسم تغيرات E(r) بدلالة r(حيث E(r) هو طويلة شعاع الحقل محمولة على الشعاع $\vec{u}_r$) .

b) هل الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ مستمر على كامل سطح الاسطوانة.

4) اذا أخذنا كمرجع الكمون $V(r=R)=V_0$ أكتب عبارة الكمون V(r) في اي نقطة M من الفضاء.

5) a) ارسم تغيراتٍ V(r) بدلالة r .

b) تحقق أن الكمون V(M) مستمر على كامل سطح الاسطوانة.

II) نعتبر الاكليل الأسطواني (C) الذي محوره $\overrightarrow{zz'}$ و نصف قطره الداخلي (R_1) والخارجي(R) ذو طول لا متناهي مشحون بكثافة حجمية $\rho>0$ موزعة بانتظام بين سطحي الاسطوانتين(شكل.4).

6) بين اتجاه و حامل شعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$.

7) a) باستعمال نظرية غوس أعط عبارات الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ عند النقطة M من الفضاء (في الحالات : $r \leq R_1$ و$R_1 \leq r \leq R$ $r \geq R$).

b) هل الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ مستمر على كامل سطحي الاكليل الاسطواني.

8) في حالة $R_1 \to R$, يتغير توزيع الشحنة الكلية في هذه الحالة من توزيع حجمي الى توزيع سطحي على سطح اسطوانة مجوفة ذات طول لا منتهي و نصف قطر (R) .

a) اكتب عبارة σ الكثافة السطحية بدلالة ρ , R و R_1.

b) أكتب عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ في هذه الحالة (بدلالة ρ , R و R_1).

9) نفترض الآن أن$R_1 = 0$, وقيمة R مهملة أمام طول الأسطوانة المشحونة. الشحنة الكلية للتوزيع الحجمي تصبح موزعة بانتظام على طول خيط لا نهائي الطول . نعين ب λ الكثافة الطولية للخيط.

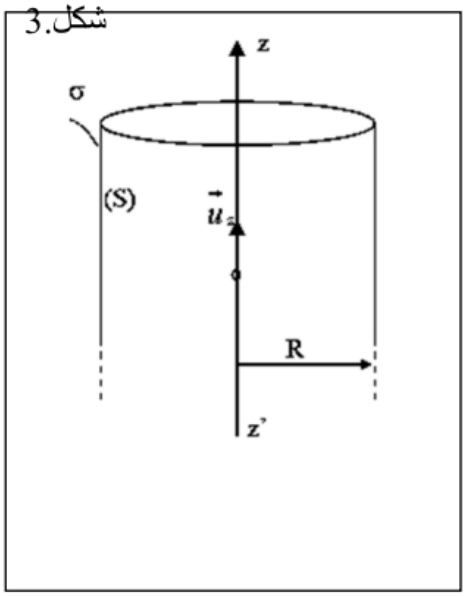
a) اكتب عبارة λ بدلالة ρ و R.

b) استنتج عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ الناتج عن الخيط.

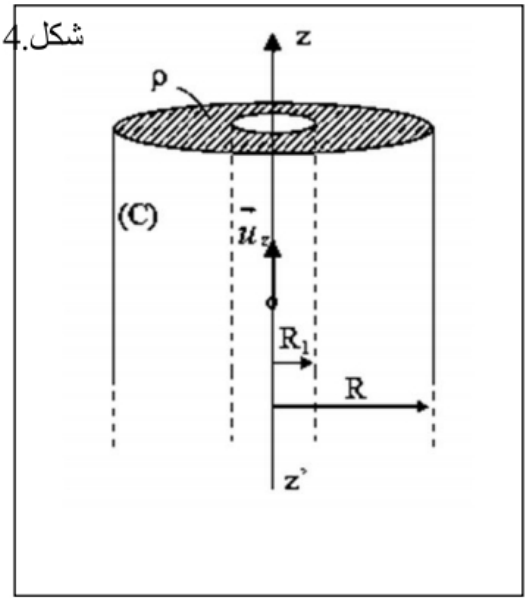
c) اكتب عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ الناتج عن خيط لا نهائي الطول باستعمال نظرية غوس.

d) استنتج عبارة الكمون V(M) الناتج عن خيط لانهائي الطول مع زيادة ثابت K.

شكل.3



شكل.4



التصحيح النموذجي للامتحان الأول لمقياس الكهرباء

التمرين الأول

1- عبارة الحقل الكهربائي عند النقطة P ، عند مركز القوس

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$ ن 0.25

$$\vec{E}_1 = K\frac{q_1}{r^2}(cos\theta\vec{\imath} - sin\theta\vec{\jmath}) = K\frac{q_1}{r^2}(cos30°\vec{\imath} - sin30°\vec{\jmath})$$ ن 0.25

$$\vec{E}_2 = K\frac{q_1}{r^2}(cos\alpha\vec{\imath} + sin\alpha\vec{\jmath}) = K\frac{q_2}{r^2}(cos60°\vec{\imath} + sin60°\vec{\jmath})$$ ن 0.25

$$\vec{E}_3 = -K\frac{q_3}{r^2}\vec{\imath}$$ ن 0.25

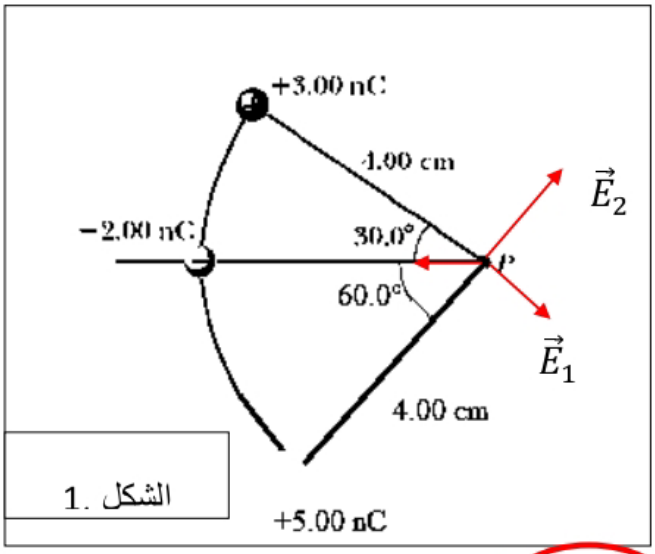
$$\vec{E}_T = \frac{K}{R^2}[(q_1 cos30° + q_2 cos60° - q_3)\vec{\imath} + (-q_1 sin30° + q_2 sin60°)\vec{\jmath}]$$ ن 0.5

حساب قيمته.

$$\vec{E}_T = \frac{9.10^9}{(4.10^{-2})^2}\left[\left(3.10^{-9}.\frac{\sqrt{3}}{2} + 5.10^{-9}\frac{1}{2} - 2.10^{-9}\right)\vec{\imath} + (-3.10^{-9}.\frac{1}{2} + 5.10^{-9}\frac{\sqrt{3}}{2})\vec{\jmath}\right]$$

$$\vec{E}_T = \frac{9}{16.10^{-4}}\left[\left(3.\frac{\sqrt{3}}{2} + 5.\frac{1}{2} - 2\right)\vec{\imath} + (-3.\frac{1}{2} + 5\frac{\sqrt{3}}{2})\vec{\jmath}\right]$$

$$\vec{E}_T = [1.7.10^4\vec{\imath} + 1.6.10^4\vec{\jmath}]$$ ن 0.5



الشكل 1.

2- حساب الكمون الكهربائي في النقطة P .

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_P = K\frac{q_1}{R} + K\frac{q_2}{R} + K\frac{q_3}{R}$$ ن 0.5

$$V_P = \frac{9.10^9}{4.10^{-2}}(3.10^{-9} + 5.10^{-9} - 2.10^{-9})$$

$$V_P = \frac{9.10^2}{4}.6 = 13.5.10^2 V$$ ن 0.5

3- 3-1. حساب القوة الكهربائية المؤثرة على الشحنة q_P.

$$\vec{F} = q_P.\vec{E}_T = -5.10^{-9}[1.7.10^4\vec{\imath} + 1.6.10^4\vec{\jmath}]$$ ن 0.5

$$\vec{F} = q_P.\vec{E}_T = [-8.5.10^{-5}\vec{\imath} - 8.0.10^{-5}\vec{\jmath}]$$ ن 0.5

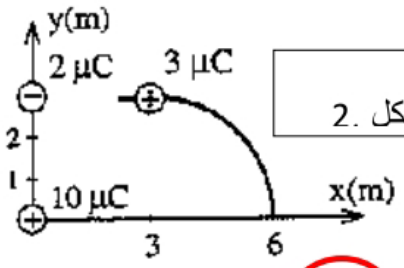
3-2.الطاقة الكامنة لهذه الشحنة.

$$E_P = q_P V_P = -5.10^{-9}.13.5.10^2$$ ن 0.5

$$E_P = 67.5.10^{-7} J$$ ن 0.5

التمرين الثاني:(5 نقاط)

1. حساب كمون الكرية في بداية المسار و نهايته.



الشكل 2.

$$V = V_1 + V_2 = k\frac{Q_1}{r_1} + k\frac{Q_2}{r_2}$$ ن 0.5

$$V_i = k\frac{Q_1}{r_{1i}} + k\frac{Q_2}{r_{2i}} = (9\times10^9)\frac{(10\times10^{-6})}{(\sqrt{18})} + (9\times10^9)\frac{(-2\times10^{-6})}{(3)} = 15200 \text{ V}$$ ن 1

$$V_f = k\frac{Q_1}{r_{1f}} + k\frac{Q_2}{r_{2f}} = (9\times10^9)\frac{(10\times10^{-6})}{(6)} + (9\times10^9)\frac{(-2\times10^{-6})}{(\sqrt{45})} = 12300 \text{ V}$$ ن 1

2. أحسب سرعة الكرية عند نهاية المسار أي في النقطة (6, 0) .

□

$$E_f = E_i + W_{nc} \Rightarrow U_f + K_f = U_i$$ ن 1

$$\Rightarrow K_f = U_i - U_f$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_f^{\,2}\right) = (qV_i) - (qV_f)$$

$$\Rightarrow v_f^{\,2} = \frac{2q}{m}(V_i - V_f)$$ ن 0.5

$$\Rightarrow v_f^{\,2} = \frac{2(3\times10^{-6})}{(0{,}002)}((15200) - (12300))$$

$$\Rightarrow v_f^{\,2} = 8{,}7$$

$$\Rightarrow \boxed{v_f = 2{,}950 \text{ m/s}}$$ ن 1

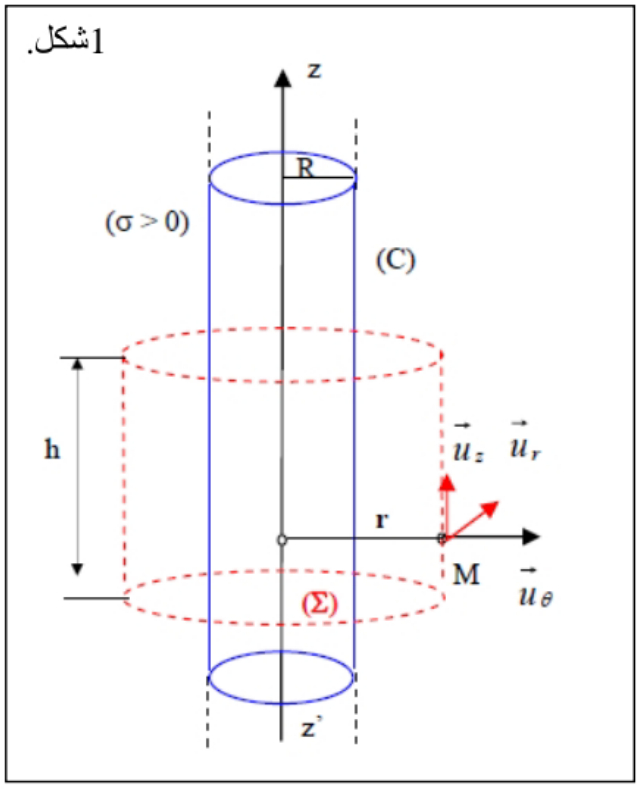
(I

1) اتجاه و حامل شعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$.

$\vec{E}(M) = \vec{E}(r)$ $= 0<\sigma$

الحقل الكهربائي موازي للشعاع $\overrightarrow{u_r}$ و عمودي على السطح اللانهائي للأسطوانة. ن 0.25

2) a) سطح غوس المناسب في هذه الحالة هو أسطوانة طولها h ومحورها هو محور الأسطوانة (S) و نصف قطرها $r = |\overrightarrow{\quad}|$. ن 0.25



b) عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ عند النقطة M:

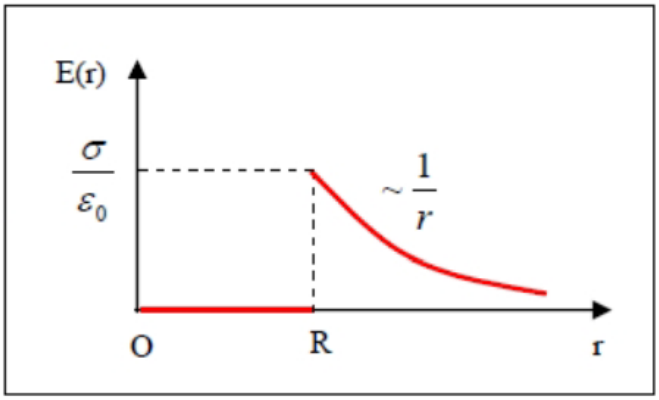
$$\Phi = \int \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$ ن 0.5

$$\Phi = 2\pi r h E(r)$$

$$* \ \vec{E}(r < R) = \vec{0} \qquad Q_{int}(r < R) = 0$$ ن 0.5

$$* \ \vec{E}(r > R) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}\vec{u}_r \qquad Q_{int}(r > R) = 2\pi R h \sigma$$ ن 0.5

3) a) رسم تغيرات E(r) بدلالة r:



ن 0.5

b) الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ غير مستمر على كامل سطح الاسطوانة. ن 0.5

4) عبارة الكمون V(r) في اي نقطة M من الفضاء:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad V} = -\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$$ ن 0.5

$$V = -\int E(r)dr$$

$$* \ V(r \le R) = cste = V_0$$ ن 0.5

$$V(r \ge R) = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\int \frac{dr}{r} = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0} Log r + B$$ ن 0.5

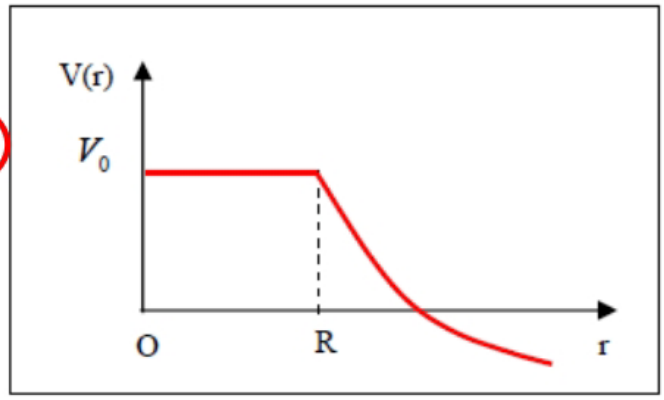
$$B = V_0 + \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} Log R$$ ن 0.5

$$V_0 = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0} Log R + B$$ ن 0.5

$$V(r \ge R) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} Log \frac{R}{r} + V_0$$ ن 0.5

5) a) رسم تغيراتٍ V(r) بدلالة r .

$$V(r \ge R)_{r=R} = V(r \le R)_{r=R} = V_0$$



ن 0.5

b) الكمون V(M) مستمر على كامل سطح الاسطوانة. ن 0.5

(II

(6

6) $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$

$\Phi = 2\pi rhE(r)$ ن 0.5

(7

* $\vec{E}(r \le R_1) = \vec{0}$ car $Q_{int}(r < R) = 0$ ن 0.5

* $R_1 \le r \le R$

$$Q_{int} = \rho\int_0^h dz\int_0^{2\pi} d\theta\int_{R_1}^{r} rdr = 2\pi h\rho\int_{R_1}^{r} rdr$$

$$= 2\pi h\rho\left[\frac{r^2}{2}\right]_{R_1}^{r} = \pi h\rho\left[r^2 - R_1^2\right]$$

$$\vec{E}(R_1 \le r \le R) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}\left[r^2 - R_1^2\right]\vec{u}_r$$ ن 0.5

* $r \ge R$

$$Q_{int} = \pi h\rho\left[R^2 - R_1^2\right]$$

$$\vec{E}(r \ge R) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}\left[R^2 - R_1^2\right]\vec{u}_r$$ ن 0.5

b) * $E(r = R_1^-) = 0$; $E(r = R_1^+) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 R_1}\left[R_1^2 - R_1^2\right] = 0$

اذن الحقل الكهربائي$\vec{E}$(M) مستمر على كامل سطحي الاكليل الاسطواني. ن 0.5

(8

a) عبارة σ الكثافة السطحية بدلالة ρ , R و R_1.

$$R_1 \to R$$

$$Q = \rho\left[R^2 - R_1^2\right]\pi h = \sigma 2\pi Rh$$

$$\sigma = \frac{\rho}{2R}\left[R^2 - R_1^2\right]$$ ن 0.5

b) عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ في هذه الحالة (بدلالة ρ , R و R_1).

0.5 ن $\vec{E}(r<R)=\vec{0}$

0.5 ن $\vec{E}(r>R)=\frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}\left[R^2-R_1^2\right]\vec{u}_r=\frac{R\sigma}{\varepsilon_0 r}\vec{u}_r$

(a

$R_1=0$ et $R<<l$

0.25 ن $Q=\rho R^2\,\pi h=\lambda h$

$\lambda=\rho\,\pi R^2$

b) عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ الناتج عن الخيط.

0.25 ن $\vec{E}(M)=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\vec{u}_r=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u}_r$

c) عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ الناتج عن خيط لا نهائي الطول باستعمال نظرية غوس.

0.25 ن $\Phi=2\pi rhE(r)=\frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$

$\vec{E}(M)=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u}_r$

d) عبارة الكمون V(M) الناتج عن خيط لانهائي الطول مع زيادة ثابت K.

$\vec{E}=-\overrightarrow{gradV}=-\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$

0.25 ن $V=-\int E(r)dr=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r}$

$V(r)=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}Logr+K$