المدرســـــــة العليـــــا للأساتـــــذة بالأغـــــــواط
Ecole Normale supérieure de Laghouat

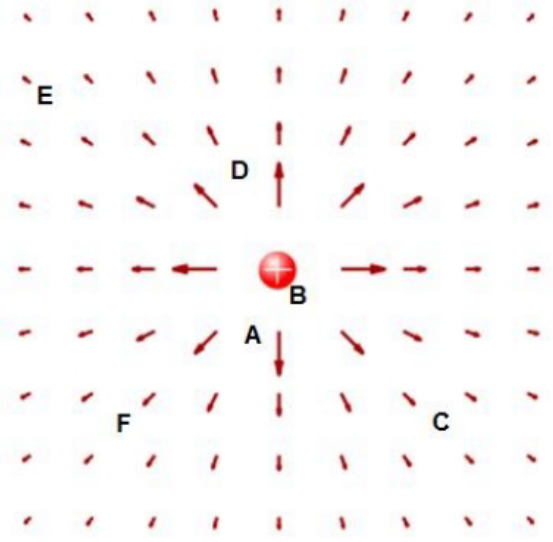
مقرر:الكهرباء
الثلاثاء**24** أفريل **2018**

شعبة: العلوم الدقيقة (السنة 1)
مدة الإمتـحان:**1** ساعة و **30** دقيقة

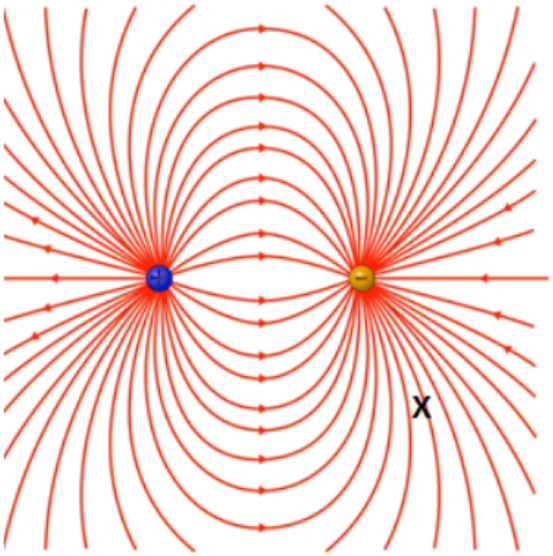
الإمتحــان الأول في الكهرباء

أسئلة نظرية:(04 نقاط) اجب على الأسئلة التالية باختصار

1. إذا فركت مسطرة بلاستيكية على شعر رأسي وقربتها من قصاصات ورقية صغيرة، ماذا تلاحظ؟ اشرح لماذا؟ اذا كانت القصاصات كبيرة، ماذا تلاحظ؟ لماذا؟
2. في (الشكل .1)، أوجد نقطتين يكون فرق الكمون بينهما أعظمي V_{max} و نقطتين يكون فرق الكمون بينهما أصغري V_{min} .
3. في (الشكل .2)، أرسم شعاع الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة الموجبة في النقطة المعلمة بعلامة x، ثم أرسم شعاع الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة السالبة. و كذلك الحقل الكلي في نفس النقطة.
4. من خلال ما درسته وضح بصفة موجزة الطرق التي تمككنا من حساب الحقل الكهربائي؟(3 طرق)



الشكل.1

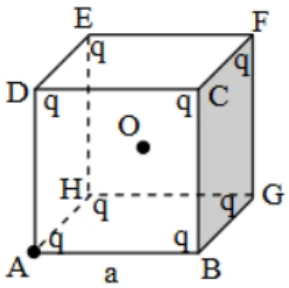


الشكل .2

التمرين الأول:(06 نقاط)

ثمان شحنات نقطية q متساوية موضوعة على رؤوس معكب A، B، C، D، E ، F ، G و H طول ضلعه يساوي a كما هو موضح على الشكل.3. حيث $q= 10^{-12}$C و $a=4cm$

1- أكتب عبارة الحقل الكهربائي الناتج عند النقطة O.أحسب قيمته.
2- أحسب الكمون الكهربائي في النقطة O مركز المكعب.
3- أحسب الطاقة الكامنة للشحنة q الموضوعة في النقطة A .
4- أحسب الطاقة الداخلية للجملة الكهربائية المكونة من الشحنات الثمانية.
5- ماهو العمل اللازم لنقل الشحنة q من النقطة A الى النقطة O ؟

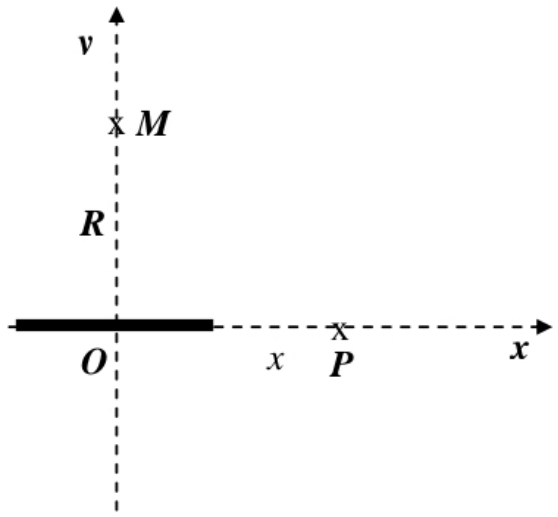


الشكل.3

التمرين الثاني:(10 نقاط)

I- الجزء الأول: سلك طوله L مشحون بكثافة خطية منتظمة وموجبة $\lambda+$ ، و لتكن النقطة O تقع في منتصف السلك (نعتبر O هي المبدأ في محور متعامد و متجانس Oxy) والنقطة M تقع على محوره و تبعد عن مركزه بمسافة R كما هو موضح في (الشكل 4).

1. أعطي عبارة شعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الناتج عند النقطة M .
2. أستنتج الحقل الكهربائي $\vec{E}$ و الكمون الكهربائي V الناتجين عن سلك لانهائي مشحون بكثافة خطية منتظمة وموجبة في نقطة تقع على محوره .
3. أعطي عبارة شعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الناتج عند النقطة $P\ (x,0)$ الواقعة على المحور Ox في (الشكل 4).
4. هل يمكن أن تستنتج الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الناتج عند أي نقطة من الفضاء؟



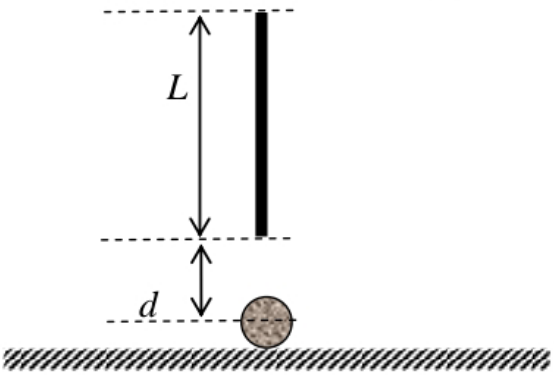
الشكل.4

II. الجزء الثاني:

سلك طوله L يساوي 15 سم يحمل شحنة $q= -5\ \mu C$ يستخدم لرفع كرة عموديا شحنتها $Q=8\ nC$ و كتلتها $m=5g$ موضوعة على طاولة.

(الشكل 5)

1. أحسب تسارع الكرة عندما تترك الطاولة مع العلم أن السلك موضوع رأسياً و يقع على بعد سم $d=5$ من مركز الكرة.
2. هل النتيجة التي تحصلت عليها منطقية؟ لماذا؟.



الشكل 5

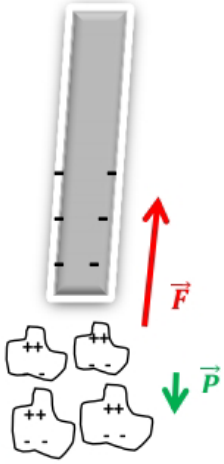
بالتوفيـــق ..أساتذة المادة

تصحيح الامتحان الاول 2018/2017

ن1

الاسئلة النظرية:

1-عند فرك مسطرة بلاستيكية على رأسك فان المسطرة تكتسب الكترونات فتصبح مشحونة بشحنة سالبة (-) و عند تقريبها من قصاصات الورق دون لمسها، تكون القصاصات تحت **تأثير حقل كهربائي** (0.25ن) يؤدي الى استقطاب الذرات فتتجمع الشحنات الموجبة بالقرب من المسطرة و الشحنات السالبة في الطرف الأبعد من المسطرة ، **فتنشأ قوة كهربائية (جذب)** (0.25ن)بين الشحنات الموجبة للورق و الشحنات السالبة للمسطرة فتلتصق القصاصات بالمسطرة و لأنها خفيفة **فتكون القوة الكهربائية أكبر من قوة ثقلها** (0.25ن)أما اذا كانت كبيرة فان **قوة ثقلها تكون أكبر من قوة الجذب الكهربائية**(0.25ن) فتبقى الأوراق في مكانها.



ن1

2-نعرف أن علاقة الكمون في أي نقطة تكتب بالشكل :

$$V = k\frac{q}{r}$$

حيث r هو البعد بين مصدر الشحنة و النقطة التي نحسب الكمون فيها.

من خلال الرسم ، نجد:

(0.25ن) $r_B < r_A < r_D < r_C = r_F < r_E$

اذن:

(0.25ن) $V_B > V_A > V_D > V_C = V_F > V_E$

اذن يكون فرق الكمون يكون أعظمي بين النقطتين: B و E

(0.25ن) $V_{max} = V_B - V_E$

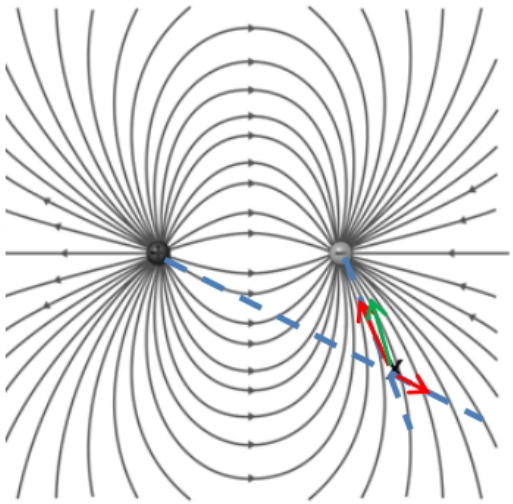
اذن يكون فرق الكمون يكون أصغري بين النقطتين: C و F

(0.25ن) $V_{min} = V_C - V_F = 0$

-3

شعاع الحقل يكون مماسي لخط الحقل:

ن1



4-الطرق التي نستطيع بها حساب الحقل:

ن1

أ) الحساب المباشر: ويعتمد مباشرة على العلاقة:

في التوزيعات المنقطعة : (0.25ن) $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$

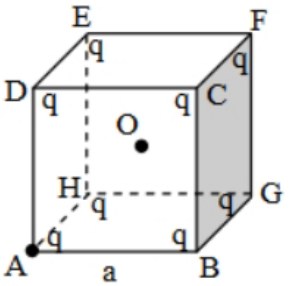
في التوزيعات المستمرة: (0.25ن) $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{q'}\frac{dq'(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$

ب) استنتاج الحقل من الكمون بالعلاقة: (0.25ن) $V_{BA} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$

ج) الطريقة البيانية: وهي طريقة تقريبية تعتمد على سويات الكمون وخطوط الحقل.

د) وأخيرا نظرية التدفق (غوص) التي يختص بها الحقل الكهربائي في حالة التوزيعات المتناظرة.(0.25ن)

التمرين الأول:



1-الحقل الكهربائي الناتج عند O :

$$\overrightarrow{E_O} = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_B} + \overrightarrow{E_C} + \overrightarrow{E_D} + \overrightarrow{E_E} + \overrightarrow{E_F} + \overrightarrow{E_G} + \overrightarrow{E_H}$$

بما أن : (0.5ن)

$$\overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_F} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{E_B} + \overrightarrow{E_E} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{E_C} + \overrightarrow{E_H} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{E_D} + \overrightarrow{E_G} = \vec{0}$$

نجد أن : (0.5ن) $\overrightarrow{E_O} = \vec{0}$

الحقل في النقطة O معدوم.

2-الكمون الكهربائي في النقطة O:

$$V_O = V_A + V_B + V_C + V_D + V_E + V_F + V_G + V_H$$

النقاط : A،B،C،D،E،F G وH تبعد عن O بنفس المسافة : r

حيث : $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$V_O = 8\frac{k.q}{\frac{\sqrt{3}.a}{2}} = 16\frac{k.q}{a.\sqrt{3}}$$ (0.5ن)

ت.ع:

$$V_O = 16\frac{9.10^9.10^{-12}}{4.10^{-2}.\sqrt{3}}$$

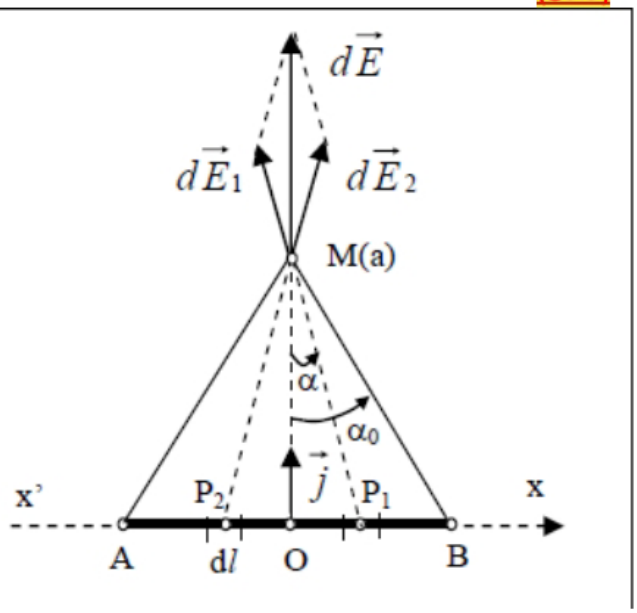
(0.5ن) $V_O = 2,07V$

3- الطاقة الكامنة للشحنة q عند A :

(0.5ن) $E_P = q_A.V_A$

التمرين الثاني:

1- (0.5ن)



الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الناتج عند النقطة M بالاسقاط و بسبب تناظر المسألة نجد أن $\vec{E}$ محمول على Oy (0.5ن)

$$\overrightarrow{dE} = \frac{k.dq}{\|\overrightarrow{P_1M}\|^2}.\vec{u} = \frac{k.dq}{r^2}.\vec{u}$$

$$\overrightarrow{dE} = dE_y.\vec{j} = dE.cos\alpha\vec{j}$$

$dq = \lambda.dx$

نكتب كل المتغيرات بدلالة α: (0.5ن)

$$tg\alpha = \frac{x}{R} \rightarrow \frac{1}{cos\alpha^2}d\alpha = \frac{dx}{R} \rightarrow dx = \frac{R}{cos\alpha^2}d\alpha$$

$$cos\alpha = \frac{R}{r} \rightarrow r = \frac{R}{cos\alpha}$$

بالتعويض نجد:

$$\overrightarrow{dE} = \frac{k.dq}{r^2}cos\alpha\vec{j}$$

$$dE = \frac{k.dq}{r^2}cos\alpha = \frac{k.\lambda.dx}{r^2}cos\alpha$$

$$dE = \frac{k.\lambda.R}{cos\alpha^2.\frac{R^2}{cos\alpha^2}}cos\alpha.d\alpha$$

$$dE = \frac{k.\lambda}{R}cos\alpha.d\alpha$$

بالتكامل: (0.5ن)

$$E = \frac{k.\lambda}{R}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} cos\alpha.d\alpha$$

$$E = 2\frac{k.\lambda}{R}sin\alpha_0 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}sin\alpha_0$$

نعوض ب: $sin\alpha_0 = \frac{L/2}{r} = \frac{L}{2.\sqrt{(\frac{L}{2})^2+R^2}}$

نحسب الكمون في A الناتج عن الشحنات الاخرى:

الشحنات الموجودة في H،B،D تبعد عن A بمسافة : a

الشحنات الموجودة في C،E،G تبعد عن A بمسافة : $a\sqrt{2}$

الشحنة الموجودة في F، تبعد عن A بمسافة : $a\sqrt{3}$

$$V_A = \frac{3.k.q}{a} + \frac{3.k.q}{a.\sqrt{2}} + \frac{3.k.q}{a.\sqrt{3}}$$

$$V_A = \frac{k.q}{a}(3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}) \quad (0.5ن)$$

$$E_P = q.V_A = \frac{k.q^2}{a}(3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}) \quad (0.5ن)$$

ت.ع:

$$E_P = \frac{9.10^9.10^{-12}.10^{-12}}{4.10^{-2}}(3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}})$$

$$E_P = 1,28.10^{-12}J \quad (0.5ن)$$

4- حساب الطاقة الداخلية للجملة الكهربائية المكونة من الشحنات الثمانية:

$$E_{Ptotale} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i V_i = \frac{1}{2}(8.q.V_A) = \frac{1}{2}\frac{k.q^2}{a}.8(3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}})$$

$$E_{Ptotale} = 4.\frac{k.q^2}{a}(3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}) \quad (0.5ن)$$

ت.ع: (0.5ن)

$$E_{Ptotale} = 4.E_p = 4.1,28.10^{-12} = 5,12..10^{-12}J$$

5- العمل اللازم لنقل الشحنة q من النقطة A الى النقطة O :

$$W_{A\rightarrow O} = q(V_A - V_O) \quad (0.5ن)$$

ت.ع: (0.5ن)

$$W_{A\rightarrow O} = 10^{-12}(1,28 - 2,07) = -0,8.10^{-12}J$$

نجد:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}.\frac{L}{2.\sqrt{(\frac{L}{2})^2 + R^2}}$$

أو: (0.5ن)

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}.\frac{L}{2.\sqrt{(\frac{L}{2})^2 + R^2}}\vec{j}$$

2-في حالة سلك لا نهائي نجد:

نعوض ب: $L \to \infty$ أو $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$

نجد:

الحقل الكهربائي: (0.5ن)

بما أن النقطة غير محددة فنأخذ R=r

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}.\vec{j}$$

الكمون الكهربائي: (0.5ن)

$$E(r) = -\frac{dV}{dr}(r) \to$$

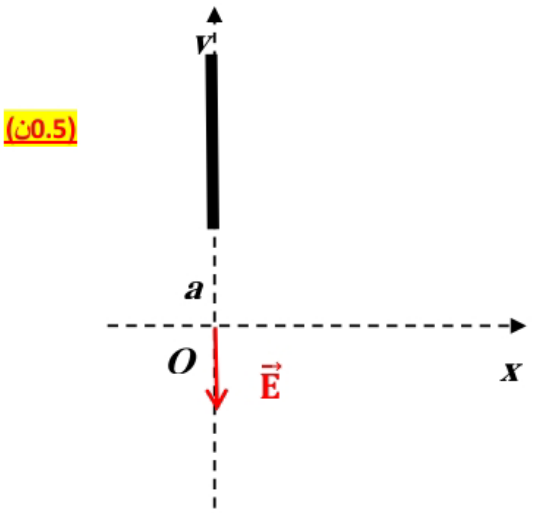
$$V(r) = -\int E(r).dr = -\int \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr$$

$$V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} lnr + C$$

في حالة سلك لانهائي لا نستطيع ان نكتب: $V(\infty) = 0$ لأنه توجد شحنات في المالانهاية.

3-عبارة شعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الناتج عند النقطة O $(0,0)$

(0.5ن)



$$\overrightarrow{dE} = \frac{-k.dq}{r^2}.\vec{j}$$

$$dq = \lambda.dy$$
$$r = y$$

(0.5ن)

$$\overrightarrow{dE} = -\frac{k.\lambda dy}{y^2}.\vec{j}$$

$$\vec{E} = -\int_a^{a+L} \frac{k.\lambda dy}{y^2}.\vec{j}$$

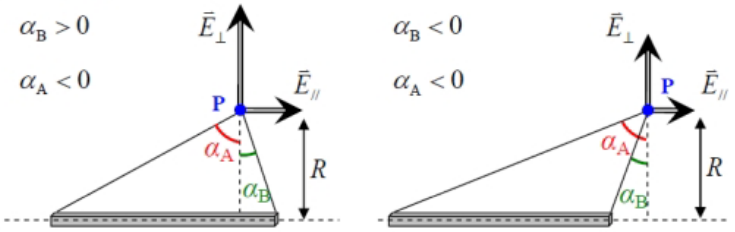
$$\vec{E} = -k.\lambda\left[-\frac{1}{y}\right]_a^{a+L}.\vec{j}$$

$$\vec{E} = -k.\lambda\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{(a+L)}\right].\vec{j}$$

(0.5ن)

$$\vec{E} = -k.\lambda\left[\frac{L}{a(a+L)}\right].\vec{j}$$

4- الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الناتج عند أي نقطة من الفضاء:الرسم (1ن)



لا يوجد تناظر اذن لشعاع الحقل مركبتين:

(1ن)

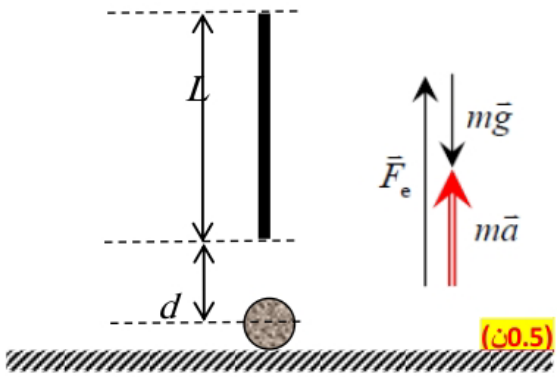
$$E_\perp = \frac{k|\lambda|}{R}\left|\sin(\alpha_A) - \sin(\alpha_B)\right|$$

$$E_{//} = \frac{k|\lambda|}{R}\left|\cos(\alpha_A) - \cos(\alpha_B)\right|$$

II الجزء الثاني:

1-حساب تسارع الكرة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:



(ن0.5)

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{P} + \overrightarrow{F_e} = m.\vec{a}$$

بالاسقاط نجد:

$$q.E - m.g = m.a$$ (ن0.5)

$$a = \frac{q.E - m.g}{m}$$

(ن0.5)

$$F_e = q.E = Q.-k.\left[\frac{q}{a(a+L)}\right]$$

$$F_e = 8.10^{-9}.-9.10^{9}.\left[\frac{-5.10^{-6}}{5.10^{-2}(5.10^{-2}+15.10^{-2})}\right]$$

$$F_e = 3{,}6.10^{-2}N$$

$$a = \frac{3{,}6.10^{-2} - 5.10^{-3}.9{,}8}{5.10^{-3}}$$

(ن0.5) $a = -2{,}6\ {}^{m}/_{s^2}$

2- من المفروض نجد التسارع موجب يعني أن الكرة تتحرك في اتجاه القوة الكهربائية لكن وجدنا التسارع سالب يعني باتجاه الثقل و هذا غير منطقي يعني أن الكرة لن تتحرك من موضعها اذن يوجد قوة فعل سطح الطاولة هي التي تمنع الكرة من التحرك.

و بما ان الكرة لن تتحرك اذن التسارع يكون معدوم: (ن1)

$$a = 0\ {}^{m}/_{s^2}$$