المدرسة العليا للأساتذة بالأغواط	
التخصص: ع. د. ثانوي + متوسط	المستوى: سنة أولى
التاريخ : 23 - 02 - 2019	المدة: ساعة و 30 د
المقياس : الميكانيك 1	الامتحان الأول

التمرين الأول (3 نقاط)

تعطى الإحداثيات الحركية لمتحرك بالعلاقات التالية:

$$x = 2\,a\sin(t)\cos(t) \quad ; \quad y = 2\,a\cos^2(t)$$

جد معادلة المسار وحدد شكله .

التمرين الثاني (10 نقاط)

- تنطلق سيارة 1 من مدينة A نحو مدينة B على الساعة السابعة صباحا ، تعتبر سرعتها ثابتة وتساوي $v_1 = 80\frac{km}{h}$ وتعتبر كل المسافة مستقيمة وتساوي $AB = 240\ km$.
- على الساعة الثامنة تنطلق سيارة 2 من B نحو A من السكون بحركة متسارعة بانتظام قيمة تسارعها $\gamma_2 = 240\ km/h^2$ وبعد نصف ساعة من انطلاقها تواصل بسرعة ثابتة .

نختار ما يلي :

- مبدأ الفواصل النقطة A - مبدأ الأزمنة لحظة انطلاق السيارة الأولى 1 - الجهة الموجبة من A إلى B

1 - أكتب معادلة الحركة للسيارة 1. (1)

2 – أكتب معادلات الحركة للسيارة 2 في الطور الأول واستنتج سرعة وفاصلة السيارة في نهاية الطور. (3)

3 - أكتب معادلة الحركة للسيارة 2 في الطور الثاني . (1)

4 – حدد ساعة تلاقي السيارتين وبعد نقطة التلاقي عن A . (2)

5 – أرسم مخططي السرعة للسيارتين وتأكد من نتيجة السؤال السابق باستعمال المخططين. (3)

التمرين الثالث (7 نقاط)

تتحرك نقطة مادية في المستوي xOy حيث يعطى شعاع سرعتها في المعلم القطبي بما يلي : $\vec{V} = \vec{e}_\rho + \vec{e}_\varphi$

في اللحظة t = 0 s لدينا $\overrightarrow{OM_0} = \vec{e}_\rho$ و $\varphi_0 = 0$

1 – جد الإحداثيات القطبية ρ و φ بدلالة الزمن . (3)

2 – جد شعاع التسارع وقيمته. (1)

3 – جد قيمة التسارع المماسي . (1)

4 - استنتج قيمة التسارع الناظمي وعبارة نصف قطر الانحناء (2)

التمرين الأول: (3 نقاط)

$x = 2a \sin t \cos t$

$y = 2a \cos^2 t$

$2\sin t \cos t = \sin 2t$

$2\cos^2 t = 1 + \cos 2t$

$x = a \sin 2t$

$y = a(1 + \cos 2t)$

$x = a \sin 2t$

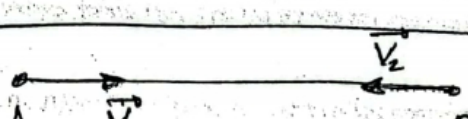
$y - a = a \cos 2t$

بالتربيع:

$x^2 + (y-a)^2 = a^2$

← إذا المسار دائرة نصف نطرها a ومركزها: $C(0, a)$

التمرين 2:



① معادلة السيارة 1:

الحركة م.م ← $x_1 = v_1 t + x_{01}$

حسب مبدأ الأصل وعند الفواصل لدينا:

$t = 0 \leftarrow x = 0 \leftarrow x_{01} = 0$

ومنه: $\boxed{x_1 = 80t}$

② معادلات الحركة للسيارة 2 في الطور الأول (03)

الطور الأول: $1 \leq t \leq 1,5$

لدينا حركة مستقيمة بانتظام حيث $\gamma = -240$

حسب المعادلة الزمنية:

$V_2 = -240t + V_{02}$ ومنه

عند $t = 1$ كانت سرعة السيارة معدومة

$V_2(1) = 0 \Rightarrow -240 + V_{02} = 0$

$V_{02} = 240$ km/h

$V_2 = -240t + 240$ ومنه

$\gamma_2 = -240$ km/h² x_2 معادلة

$x_2 = \frac{1}{2}\gamma_2 t^2 + 240t + x_{02}$

عند $t = 1$ لدينا $x_2 = 240$

$240 = -120(1)^2 + 240(1) + x_{02}$

$\boxed{x_{02} = 120}$

$\boxed{x_2 = -120t^2 + 240t + 120}$

سرعة السيارة ② في نهاية الطور عند $t = 1,5$

$V_2(1,5) = -120$ km/h ←

$x_2(1,5) = -120(1,5)^2 + 240(1,5) + 120$

$\boxed{x_2(1,5) = 210 \text{ km}}$

③ معادلة السيارة 2 في الطور الثاني:

الطور الثاني: $t \geq 1,5$

لدينا حركة م.م ←

$x_2' = v_2' t + x_{02}'$

حيث $v_2' = -120$

ولدينا ← $x_2'(1,5) = 210$

$210 = -120(1,5) + x_{02}'$

$x_{02}' = 390$ km ←

ومنه: $\boxed{x_2' = -120t + 390}$

③ ساعة ونقطة التلاقي: ②

يجب أولا تحديد مجال التلاقي:

إذا كانت التلاقي في الطور الأول فإن فاصلة السيارة (1) ستكون أكبر من فاصلة السيارة (2) عند $t_1 = 1,5$ لأنها في هذه الحالة تكون (1) قد ابتعدت عن A و (2) قد اقتربت منها.

والآن فإن التلاقي يحدث في الطور الثاني

$$x_1(1,5) = 80(1,5) = 120\,km$$

$$x_2(1,5) = 210$$

إذا $x_1 < x_2$ وهذا يعني أن التلاقي تم في الطور الثاني.

عند التلاقي $x_1 = x_2'$ لأنه للمتحركين نفس مبدأ الفواصل

$$x_1 = x_2' \Rightarrow$$

$$80t = -120t + 390$$

$$200t = 390 \Rightarrow$$

$$\boxed{t = 1,95\ h}$$

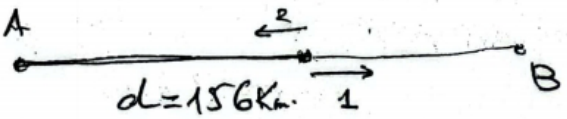
$$t = 1^h 57^{mn}$$

إذا ساعة التلاقي تكون على الساعة 7 دقيقة

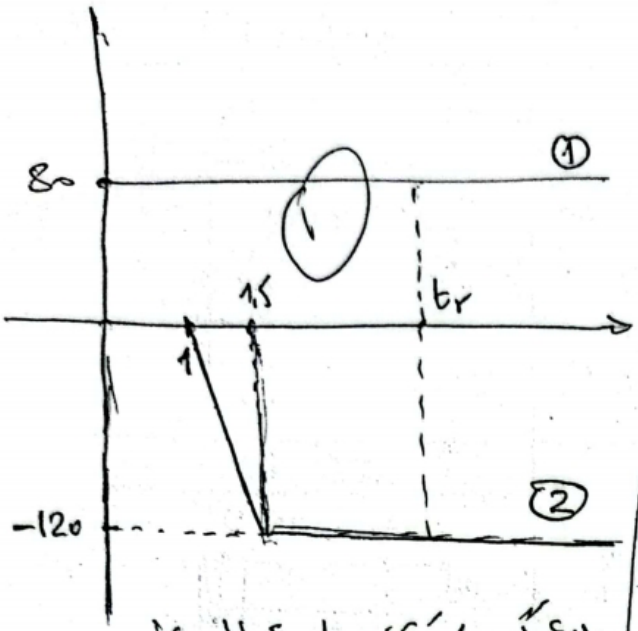
بعد نقطة التلاقي عن A: نخصص فاصلة المعادلتين

$$x(1,95) = 80(1,95) = 156,0\,km$$

$$\Rightarrow d = 156\,Km$$



① الخطاطين: ③



التأكد منه بقية السؤال A:

أولا زمن التلاقي: تساوي المسافتين

عند التلاقي t_r لكل سيارة + x_0

$$S_1 = 80t_r$$

$$S_2 = -\frac{120 \times 0,5}{2} - 120 \times (t_r - 1,5) + 240$$

$$S_2 = -30 + 180 - 120t_r + 240$$

$$S_2 = -120t_r + 390$$

$$\Rightarrow 80t_r = -120t_r + 390$$

وهو ما وجد سابقا في ④

$t_r = 1,95$

نقطة التلاقي: $S_1 = 80\,t_r \Rightarrow$

$$\boxed{S_1 = 156\ Km}$$

التمرين 3:

3) ① ρ و φ بدلالة الزمن

$$\vec{V} = \vec{e}_\rho + \vec{e}_\varphi = V_\rho \vec{e}_\rho + V_\varphi \vec{e}_\varphi$$

$V_\rho = 1$ ، $V_\varphi = 1$

ولدينا

$$V_\rho = \frac{d\rho}{dt}$$

$$V_\varphi = \rho \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = 1 \Rightarrow \rho = t + c$$

$$\vec{OM} = (t+c)\vec{e}_\rho$$

$$\vec{OM}_0 = \vec{e}_\rho \Rightarrow c = 1.$$

$$\rho = (t+1)$$

$$\rho \frac{d\varphi}{dt} = 1 \Rightarrow$$

$$(t+1)\frac{d\varphi}{dt} = 1 \Rightarrow$$

$$d\varphi = \frac{dt}{t+1} \Rightarrow$$

$$\varphi(t) = \ln(t+1) + c$$

$$t=0 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow c = 0$$

ومنه

$$\begin{cases} \rho = t+1 \\ \varphi = \ln t + 1 \end{cases}$$

② طبيعة حركة الساعة، وتسارعها

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} + \frac{d\vec{e}_\varphi}{dt}$$

$$\vec{\gamma} = \dot{\varphi}\vec{e}_\varphi - \dot{\varphi}\vec{e}_\rho$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = \frac{1}{t+1}(\vec{e}_\varphi - \vec{e}_\rho)}$$

③ حساب مركبتي التسارع الطبيعي والمماسي

$$\gamma_T = \frac{dV}{dt}, \quad V = \sqrt{1+1}$$

$$V = \sqrt{2}$$

$$\boxed{\gamma_T = 0}$$

④ طبيعة الساعة الطبيعي وعيار نصف قطر انحنائها

$$\gamma_N = \sqrt{\gamma^2 - \gamma_T^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\gamma_N = \gamma = \frac{\sqrt{2}}{t+1}}$$

حساب R:

$$R = \frac{V^2}{\gamma_N} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{t+1}}$$

$$R = \sqrt{2}(t+1)$$

$$\boxed{R = \sqrt{2}\rho}$$

3