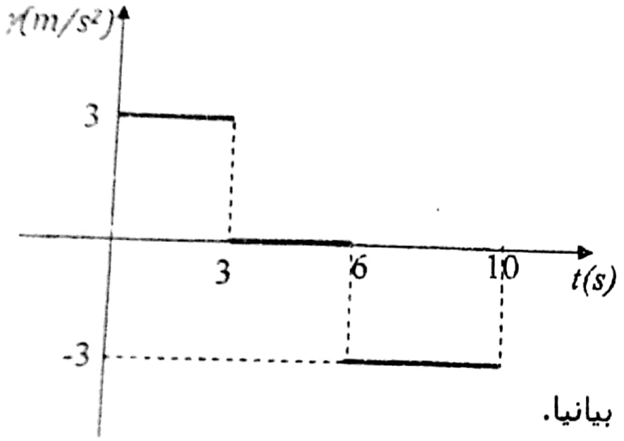
المدرسة العليا للأساتذة بالأغواط		
التخصص: ع. د. متوسط + ثانوي المستوى: سنة أولى		التاريخ : 2014/02/03 المدة: 1 سا و 30 د
الامتحان الأول في مادة الميكانيك1		

"تمنح نقطة على التنظيم الجيد للورقة"

التمرين الأول (7 نقاط) :

يتحرك جسم على مسار مستقيم بحيث ينطلق من المبدأ ومن السكون في اللحظة $t = 0s$



- يمثل البيان المقابل مخطط التسارع لحركته

1 – مثل مخطط السرعة انطلاقا من مخطط التسارع.

2 – ناقش المراحل المختلفة للحركة معللا إجابتك.

3 – أوجد مواضع المتحرك بيانيا في اللحظات

$t = 2s$ و $t = 10\,s$

4 – أوجد المسافة المقطوعة بين اللحظتين السابقتين بيانيا.

5 - مثل شعاعي السرعة والتسارع في اللحظتين السابقتين.

التمرين الثاني (5 نقاط):

ينطلق جسم على مستقيم من المبدأ ومن السكون بتسارع ثابت $\gamma = 2\ cm/s^2$ لمدة $2\,s$ ثم يصبح متغيرا بالعلاقة $\gamma = -10\,x$ حتى يبلغ قيمة عظمى $\gamma_{max} = 40\ \frac{cm}{s^2}$ حيث x تمثل فاصلة المتحرك في لحظة t.

1 – بين طبيعة الحركة في كل طور مع التبرير

2 – أكتب معادلة الحركة ومعادلة السرعة في الطور الأول واستنتج قيمة السرعة والفاصلة عند $t = 2\,s$.

3 - أوجد مميزات الحركة في الطور الثاني واستنتج معادلة الحركة ومعادلة السرعة.

يعطى للتسهيل $\pi^2 = 10$

التمرين الثالث (5 نقاط) :

تعطى معادلة المسار لحركة في المستوي XOY بالعلاقة $x^2 + y^2 - 2\,a\,x = 0$ حيث $a = Cte > 0$ و $x \geq a$ في كل لحظة .

1 - أثبت أن المسار دائري نصف قطره a ومركزه $C(a, 0)$ وارسمه.

2 - لتكن φ الزاوية المحصورة بين الشعاع $\overrightarrow{CM}$ والمحور OX حيث M موضع المتحرك
أوجد العلاقة بين x و φ وبين y و φ

3 – تعطى العلاقة بين φ و t كالتالي $t = \frac{2}{tg(\varphi)}$ ، أوجد المعادلات $x(t)$ و $y(t)$

التمرين الرابع (3 نقاط):

تعطى العلاقات بين أشعة الوحدة في الإحداثيات القطبية والإحداثيات الديكارتية كالتالي:

$$\vec{e}_\rho = \cos\varphi\,\vec{\imath} + \sin\varphi\,\vec{\jmath} \quad \text{و} \quad \vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\,\vec{\imath} + \cos\varphi\,\vec{\jmath}$$

أكتب العلاقات التي تعطي $\vec{\imath}$ و $\vec{\jmath}$ بدلالة $\vec{e}_\rho$ و $\vec{e}_\varphi$ ثم تحقق أن $\vec{\imath}$ و $\vec{\jmath}$ أشعة ثابتة مع الزم

<u>مع تمنيات أساتذة الوحدة بالتوفيق للجم</u>

المدرسة العليا للأساتذة بالأغواط

التخصص: ع. د. متوسط +ثانوي

المستوى: سنة أولى

التاريخ : 2014/02/03 المدة: 1 سا و 30 د

تصحيح الامتحان الأول في مادة الميكانيك1

"تمنح نقطة على التنظيم الجيد للورقة"

التمرين الأول(7 نقاط) :

1 –مخطط السرعة

أ- $0 \le t \le 3$ التسارع خط أفقي يعني السرعة خط مائل يكفي لرسمه نقطتان

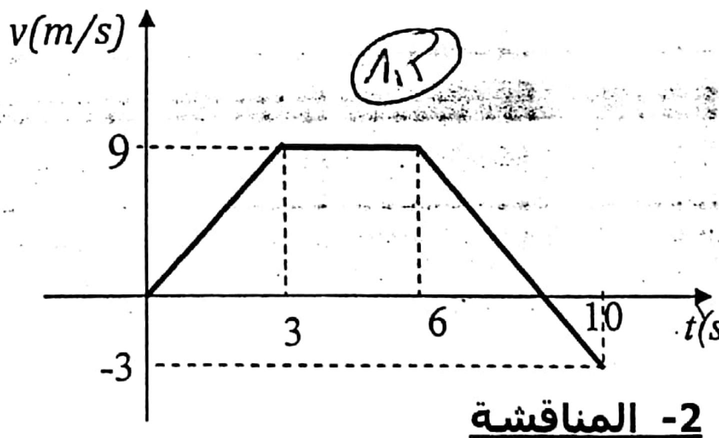
$$\leftarrow t=3\ ,\ v=v_0=0\quad 0\leftarrow t$$

$$v(3)=9\,{}^{m}/_{s} \leftarrow v=s+v_0$$

ب- $3 \le t \le 6$ التسارع معدوم يعني السرعة ثابتة يكفي قيمة السرعة في لحظة لدينا $v(3)=9\,{}^{m}/_{s} \leftarrow t=3$

ت- $6 \le t \le 10$ التسارع خط مستقيم أفقي يعني السرعة خط مائل يكفي نقطتان

$$v=-3 \leftarrow t=10\ ,\ v=9\leftarrow t=6$$



2- المناقشة

أ- $0 \le t \le 3$ ، $v>0$ ، v خط مائل (γ =cte) ، $\gamma>0$ (v متزايدة)

← الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام في الاتجاه الموجب .

ب- $3 \le t \le 6$ $v=cte$ $v>0$ ← الحركة مستقيمة منتظمة في الاتجاه الموجب .

ت- $6 \le t \le 9$ ، $v>0$ ، v خط مائل (γ = cte)
$\gamma<0$ (v متناقصة)

← الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام في الاتجاه الموجب .

ث- $9 \le t \le 10$ ، $v<0$ ، v خط مائل (γ = cte)
$\gamma<0$ (v متزايدة)

← الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام في الاتجاه السالب .

3 – المواضع : t =2 :

$$x(2)=S(0\to2)+\underbrace{x_0}_{0}$$

$$\to x(2)=2\times\frac{2\times3}{2} \qquad \boxed{\to x(2)=6\,m}$$

t =10

$$x(10)=S(0\to10)+\underbrace{x_0}_{0}$$

$$\to x(10)=\frac{9\times3}{2}+9\times3+\frac{9\times3}{2}-\frac{1\times3}{2}$$

$$\to \boxed{x(10)=52.5\,m}$$

4- المسافة المقطوعة

$$L(2\to10)=|S(2\to10)|$$

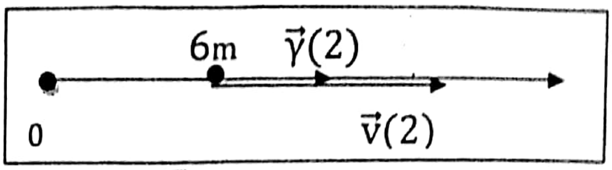
$$\to L=\left(\frac{27}{2}-6\right)+9\times3+\frac{9\times3}{2}+\frac{3}{2}$$

$$\to L=\frac{27-12+54+27+3}{2}$$

$$\to \boxed{L(2\to10)=49.5m}$$

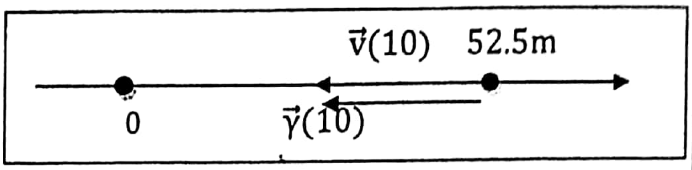
5- تمثيل $\vec{\gamma}$, $\vec{v}$

عند $t=2$ ← $x=6$, $v=6$, $\gamma=3$



عند $t=10$

$\gamma=-3$, $v=-3$, $x=52.5$ ←



التمرين الثاني(5 نقاط) :

1 – طبعة الحركة :

$0\le t\le 2$ التسارع ثابت في القيمة و المسار مستقيم

← $\gamma=\gamma_T=cte$, $\gamma_N=0$

1

← الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

لدينا $t\ge 2$

$$\gamma=-10x \rightarrow \gamma+10x=0$$

$$\rightarrow \ddot{x}+10x=0$$

وهي معادلة تفاضلية من الشكل

$\ddot{x}+\omega^2 x=0$ ← و بالتالي الحركة جيبية مستقيمة

2 – معادلة الحركة للطور الأول :

$$\gamma=2 \rightarrow v=\int 2dt \rightarrow v=2t+c$$

$$t=0 \rightarrow v=0 \rightarrow c=0 \rightarrow \boxed{v=2t}$$

$$\frac{dx}{dt}=v=2t \rightarrow x=\int 2tdt$$

2

$$\rightarrow x=t^2+c$$

$$t=0 , \quad x=0 \rightarrow c=0 \rightarrow \boxed{x=t^2}$$

استنتاج X , V عند $t=2$

$$t=2 \rightarrow \boxed{v=4\ cm/s \quad , \quad x=4\ cm}$$

- مميزات الحركة في الطور الثاني واستنتج معادلة الحركة ومعادلة السرعة

الحركة جيبية إذا معادلتها تكتب

$$x=x_{max}\sin(\omega t+\varphi)$$

إيجاد x_{max} $\quad \gamma=-10x$

لدينا $|\gamma|=|-10x|$ ومنه

$$\gamma_{max}=+10\,x_{max}$$

$$x_{max}=\frac{\gamma_{max}}{10} \rightarrow x_{max}=\frac{40}{10}=\boxed{4\ cm}$$

إيجاد ω والدور لدينا $\begin{cases}\gamma+10x=0\\ \ddot{x}+\omega^2x=0\end{cases}$

بالمقارنة نجد $\omega^2=10 \rightarrow$

$$\boxed{\omega=\sqrt{10}=\boxed{\pi}}$$

0,5

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\pi}=\boxed{2\ s} \rightarrow \boxed{f=0.5\ Hz}$$

إيجاد φ $\quad t=2 \rightarrow x=4\ cm\ , v>0$

$$x=x_{max}\ \sin(\omega t+\varphi)$$

$$x=4\sin(\pi t+\varphi) \rightarrow 4=4\sin(2\pi+\varphi)=4\sin\varphi$$

$$\rightarrow \sin\varphi=1 \rightarrow \boxed{\varphi=\frac{\pi}{2}}$$

0,5

$$x=4\sin\left(\pi t+\frac{\pi}{2}\right)$$

0,5

$$\boxed{\begin{array}{l} x=4\cos(\pi t)\ cm \\ v=-4\pi\sin(\pi t)\ cm/s \end{array}}$$

التمرين الثالث(5 نقاط) :

1-شكل المسار :

لدينا $x^2 + y^2 - 2xa = 0$

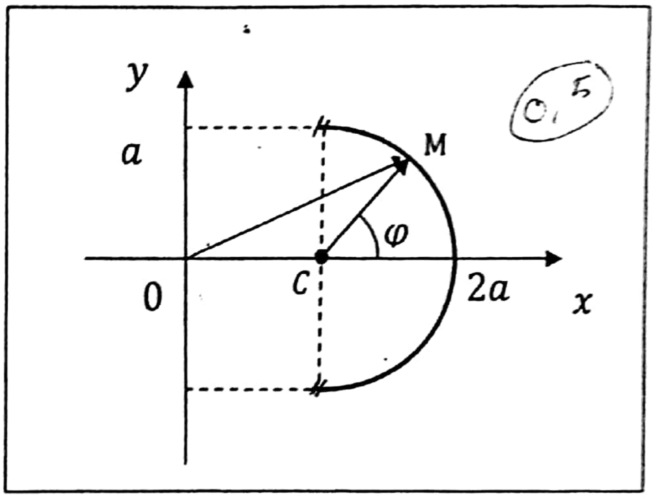
نضيف a^2 لطرفي المعادلة

$$x^2 + y^2 - 2xa + a^2 = a^2$$

1

$$\boxed{\rightarrow (x-a)^2 + y^2 = a^2}$$

ومنه المسار دائري نصف قطره a و مركزه $C(a, 0)$



2 - العلاقة بين x ,φ و Y , Φ :

لدينا $(x-a) = a\cos\varphi$

$y = a\sin\varphi$

2

$$\boxed{\begin{cases} x = a(1+\cos\varphi) \\ y = a\sin\varphi \end{cases}}$$

3-ايجاد المعادلتين $x(t)$ و $y(t)$

يعطى $t = \frac{2}{tg(\varphi)}$

لدينا

$$x = a(1+\cos\varphi)$$
$$y = a\sin\varphi$$

$$(x-a)^2 = a^2\cos^2\varphi$$

$$y^2 = a^2\sin^2\varphi$$

$$\frac{y^2}{(x-a)^2} = \tan^2\varphi$$

$$\frac{y^2}{(x-a)^2} = \frac{4}{t^2}$$

$$\frac{a^2 - (x-a)^2}{(x-a)^2} = \frac{4}{t^2}$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{(x-a)^2} = \frac{4}{t^2} + 1$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{(x-a)^2} = \frac{t^2+4}{t^2}$$

$$\rightarrow \frac{(x-a)^2}{a^2} = \frac{t^2}{t^2+4}$$

$$\rightarrow (x-a)^2 = \frac{a^2t^2}{t^2+4}$$

$$(x-a) \geq 0$$

$$\rightarrow (x-a) = \frac{at}{\sqrt{t^2+4}}$$

1

$$\boxed{\rightarrow (x) = a\left[1 + \frac{t}{\sqrt{t^2+4}}\right]}$$

$$\frac{y^2}{a^2 - y^2} = \frac{4}{t^2}$$

$$\frac{a^2 - y^2}{y^2} = \frac{t^2}{4}$$

$$\frac{a^2}{y^2} = 1 + \frac{t^2}{4}$$

$$\frac{a^2}{y^2} = \frac{t^2+4}{4}$$

$$\rightarrow \frac{y^2}{a^2} = \frac{4}{t^2+4}$$

1

$$\boxed{\rightarrow y = \frac{2a}{\sqrt{t^2+4}}}$$

التحقق من أن :

$$(x-a)^2 + y^2 = a^2$$

$$(x-a)^2 + y^2 = \frac{a^2t^2}{t^2+4} + \frac{4a^2}{t^2+4}$$
$$= \frac{a^2(t^2+4)}{t^2+4} = a^2$$

التمرين الرابع (3 نقاط) :

1- كتابة العلاقات التي تعطي $\vec{\imath}$ و $\vec{\jmath}$ بدلالة $\vec{e}_\rho$ و $\vec{e}_\varphi$

$$\vec{e}_\rho = \cos\varphi\,.\vec{\imath} + \sin\varphi\,.\vec{\jmath} \;\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\,.\vec{\imath} + \cos\varphi\,.\vec{\jmath} \;\ldots\ldots(2)$$

- ايجاد $\vec{\imath}$:

نضرب (1) في $\cos\varphi$ و نضرب (2) في $\sin\varphi$

نجد

$$\cos\varphi\;\vec{e}_\rho = \cos^2\varphi\,.\vec{\imath} + \cos\varphi\,.\sin\varphi\,.\vec{\jmath} \;\ldots(1)$$

$$\sin\varphi\;\vec{e}_\varphi = -\sin^2\varphi\,.\vec{\imath} + \sin\varphi\,.\cos\varphi\,.\vec{\jmath} \;\ldots(2)$$

بطرح (2) من (1) نجد

١ $\boxed{\vec{\imath} = \cos\varphi\,.\vec{e}_\rho - \sin\varphi\,.\vec{e}_\varphi}$

- ايجاد $\vec{\jmath}$:

نضرب (2) في $\cos\varphi$ و نضرب (1) في $\sin\varphi$

نجد

$$\sin\varphi\;\vec{e}_\rho = \sin\varphi\,.\cos\varphi\,.\vec{\imath} + \sin^2\varphi\,.\vec{\jmath} \;\ldots(1)$$

$$\cos\varphi\;\vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\,.\cos\varphi\,.\vec{\imath} + \cos^2\varphi\,.\vec{\jmath} \;\ldots(2)$$

بالجمع (2) و (1) نجد

$$\boxed{\vec{\jmath} = \sin\varphi\,.\vec{e}_\rho + \cos\varphi\,.\vec{e}_\varphi}$$

1- التحقق أن $\vec{\imath}$ و $\vec{\jmath}$ أشعة ثابتة مع الزمن

بالاشتقاق نجد

$$\frac{d\vec{\imath}}{dt} = -\dot{\varphi}\sin\varphi\,.\vec{e}_\rho + \dot{\varphi}\cos\varphi\,.\vec{e}_\varphi - \dot{\varphi}\cos\varphi\;\vec{e}_\varphi + \dot{\varphi}\sin\varphi\,.\vec{e}_\rho = \vec{0}$$

$$\boxed{\rightarrow \quad \vec{\imath} = \overrightarrow{cte}}$$

$$\frac{d\vec{\jmath}}{dt} = \dot{\varphi}\cos\varphi\,.\vec{e}_\rho + \dot{\varphi}\sin\varphi\,.\vec{e}_\varphi - \dot{\varphi}\sin\varphi\;\vec{e}_\varphi - \dot{\varphi}\cos\varphi\,.\vec{e}_\rho = \vec{0}$$

$$\boxed{\rightarrow \quad \vec{\jmath} = \overrightarrow{cte}}$$